

## 9. Übungsblatt zum Vorkurs Mathematik

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen.

a)  $f(x) = x^2 + x + 1,$                       b)  $h(x) = 2x^2 + 8x + 4,$

c)  $g(z) = (z - 2) \cdot (3z + \frac{1}{2}),$                       d)  $f(a) = (a + 3)^2.$

### Aufgabe 2

Bestimmen Sie eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen.

Tip: Nutzen Sie die Potenzschreibweise.

a)  $f(y) = \frac{1}{y^3} - \frac{2}{y^2},$                       b)  $f(z) = z^4 + \frac{1}{z^3},$

c)  $g(x) = x + \sqrt{x},$                       d)  $h(a) = \sqrt[3]{a} + \sqrt[4]{a},$

e)  $f(x) = \frac{x^4 + 2x^3 + 3x - 2}{2x^3},$                       f)  $f(y) = \frac{y^2 - 3y + 2}{\sqrt{y}}.$

### Aufgabe 3

Berechnen Sie eine Stammfunktion zu den folgenden Funktionen; beachten Sie was die freie Variable ist; der Rest sind Konstanten.

a)  $f(x) = cx^2 + dx,$                       b)  $f(z) = az^3 + \frac{1}{a}z,$

c)  $g(x) = (2c - x) \cdot (2x - c),$                       d)  $h(a) = ca^2 + ac^2,$

e)  $f(x) = x^2y + \frac{x}{y^2} + y^2,$                       f)  $f(y) = x^2y + \frac{x}{y^2} + y^2.$

## Aufgabe 4

„Raten“ Sie eine Stammfunktion, d.h., stellen Sie eine Vermutung auf, überprüfen Sie durch Ableiten Ihre Vermutung und passen Sie ggf. Konstanten geeignet an.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \sin x, & \text{b) } g(x) = \cos(3x + c), & \text{c) } h(x) = \sin(ax + b), \\ \text{d) } f(x) = e^{2x}, & \text{e) } f(z) = (z + 1)^4, & \text{f) } g(y) = (2y - 5)^3, \\ \text{g) } h(x) = \sqrt{cx + d}, & \text{h) } h(a) = \frac{3}{(a + 1)^2}, & \text{i) } g(r) = \frac{1}{(5r + 4)^3}. \end{array}$$

## Aufgabe 5

Leiten Sie die Funktionen in der linken Spalte ab (Kettenregel!), um dann eine Idee zu bekommen, wie Sie bei den Funktionen in der mittleren und rechten Spalte eine Stammfunktion durch Raten, zurück Ableiten und ggf. Anpassen von Konstanten bestimmen können.

	Ableiten	Stammfunktion bilden	
a)	$F(x) = e^{x^3}$	$f_1(x) = x^3 \cdot e^{x^4}$	$f_2(x) = x \cdot e^{x^2}$
b)	$G(x) = \sin^3 x$	$g_1(x) = \cos^2 x \cdot \sin x$	$g_2(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$
c)	$H(x) = \sin(x^3)$	$h_1(x) = x \cdot \cos(x^2)$	$h_2(x) = x^2 \cdot \sin(x^3)$
d)	$F(x) = (x^2 + 1)^2$	$f_1(x) = x \cdot (x^2 + 2)^3$	$f_2(x) = x^2 \cdot (4x^3 - 1)^2$

## Aufgabe 6

Berechnen Sie die folgenden Integrale. Zeichnen Sie die Integranden und machen Sie sich die Bedeutung des Ergebnisses Ihrer Rechnung grafisch klar.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_2^4 \left(\frac{1}{2}x - 1\right) dx, & \text{b) } \int_0^2 (-x + 1) dx, & \text{c) } \int_{-1}^1 (y^2 - 1) dy \\ \text{d) } \int_0^3 (z + 1) \cdot (z - 2) dz, & \text{e) } \int_0^\pi \cos x dx, & \text{f) } \int_0^{2\pi} \sin t dt. \end{array}$$

## Aufgabe 7

Sei  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ .

Bestimmen Sie die drei Nullstellen von  $f$  (Tipp: die Nullstellen sind ganzzahlig), skizzieren Sie den Funktionsgraph, und berechnen Sie die von  $f$  und der  $x$ -Achse zwischen den (äußeren) Nullstellen eingeschlossene (nicht vorzeichenbehaftete) Fläche sowie das Integral von  $f$  zwischen den (äußeren) Nullstellen.