Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

WS 2024/25
16.09.2024

Die Aufgaben entstammen meinem Buch *Vorkurs Mathematik*, Springer-Verlag

7. Übungsblatt zum Vorkurs Mathematik

Aufgabe 1

Berechnen Sie die Ableitung zu den folgenden Funktionen. (Zum Teil kommen zusätzliche Parameter vor.)

a) $f(x) = x^2 - 3x + 2$,

b) $f(y) = -\frac{1}{4}y^4 + \frac{1}{2}y^3 - 2y + 1$,

c) $f(x) = \dfrac{1}{x^3} - \dfrac{2}{x^2} + \dfrac{3}{x}$,

d) $f(z) = a \cdot z^4 + \dfrac{b}{z^3}$,

e) $f(x) = cx + \sqrt[3]{x} + 3\sqrt{x} + d$,

f) $f(a) = \sqrt[3]{a} + \sqrt[4]{a} + \sqrt[5]{c}$,

g) $f(x) = 2\,\mathrm{e}^x - d \cdot \ln x$,

h) $f(t) = x \cdot \sin(t) + y \cdot \cos(t)$.

Aufgabe 2

Geben Sie die Geradengleichung der Tangenten an die Funktionsgrafen

a) von $f(x) = x^2$ in $x_0 = \frac{1}{2}$

b) von $f(x) = \frac{1}{x}$ in $x_0 = 2$

c) von $f(x) = \mathrm{e}^x$ in $x_0 = 0$

an und fertigen Sie entsprechende Zeichnungen an.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen mit der Produkt- bzw. Quotientenregel.

Finden Sie auch einen einfacheren Weg zur Ableitungsberechnung?

a) $f(x) = x \cdot \mathrm{e}^x$,

b) $f(t) = t^2 \cdot \sin t$,

c) $f(a) = (a^2 - 1) \cdot (1 + a^2)$,

d) $f(z) = \sqrt{z} \cdot z$,

e) $f(x) = x \cdot \ln x$,

f) $f(\omega) = \cos\omega \cdot \tan\omega$,

g) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x}{3x + 1}$,

h) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + x + 1}$,

i) $f(s) = \dfrac{s^2 + 4s + 5}{s^3}$,

j) $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x}}{x}$,

k) $f(s) = \dfrac{\ln s}{s}$,

l) $f(w) = \dfrac{\tan w}{\sin w}$.

Aufgabe 4

a) Berechnen Sie die Ableitung von $f(x) = x^2 \cdot \sin x \cdot \ln x$.

b) Leiten Sie allgemein eine Produktregel zur Ableitung von $f \cdot g \cdot h$ her.

Vergleichen Sie die Formel mit Ihrer Berechnung aus a).

Aufgabe 5

Nutzen Sie die Kettenregel zur Ableitung der folgenden Funktionen. (Zum Teil kommen zusätzliche Parameter vor.)

a) $f(x) = \sin(3x)$, b) $f(y) = \sin(y+3)$, c) $f(z) = \sin(z^3)$,

d) $f(s) = \sin^3(s)$, e) $f(x) = \sin(ax+b)$, f) $f(t) = (2t+1)^3$,

g) $f(r) = \mathrm{e}^{5r-2}$, h) $f(x) = \left(\mathrm{e}^x\right)^2$, i) $f(x) = \mathrm{e}^{x^2}$,

j) $f(y) = \ln(a \cdot y)$, k) $f(r) = \ln(r^2)$, l) $f(t) = \ln \dfrac{1}{t}$,

m) $f(x) = (\sin^4 x + 1)^3$, n) $f(t) = \sin(\mathrm{e}^{ct})$, o) $f(z) = \sqrt[3]{\sqrt{z^2+1}}$.

Aufgabe 6

Berechnen Sie die Ableitung zu den folgenden Funktionen; beachten Sie was die freie Variable ist; der Rest sind Konstanten.

a) $f(x) = \dfrac{x}{y} + y^2$ b) $f(y) = \dfrac{x}{y} + y^2$

c) $f(a) = ab + \sin(ab)$ d) $f(b) = ab + \sin(ab)$

Aufgabe 7

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen. (Zum Teil kommen zusätzliche Parameter vor.)

Welche Regeln muss man anwenden?

a) $f(y) = y \cdot \sin(y^2)$, b) $f(x) = \mathrm{e}^{x \cdot \ln x}$, c) $f(t) = t^2\,\mathrm{e}^{at}$,

d) $f(x) = \dfrac{1}{(3x+1)^2}$, e) $f(y) = \dfrac{2y}{(y^2+1)^2}$, f) $f(\omega) = \dfrac{1}{\sin(c\omega + d)}$,

g) $f(y) = y^4 \cdot \cos(ay) \cdot \mathrm{e}^{by}$, h) $f(x) = \sin\big(x \cdot \ln(x^2+1)\big)$.

Aufgabe 8

Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen. (Zum Teil kommen zusätzliche Parameter vor.)

Welche Regeln kann man anwenden? Finden Sie alternative Berechnungswege!

a) $f(x) = (x^2+c)^2$, b) $f(x) = \sqrt{x \cdot \mathrm{e}^x}$, c) $f(s) = \sqrt{c \cdot s}$,

d) $f(a) = (2a+1) \cdot \sqrt{a}$, e) $f(z) = \mathrm{e}^{cz+d}$, f) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$,