

Übungsblatt 1-1 zum Vorkurs Mathematik

Aufgabe 1

Vereinfachen Sie die folgenden Terme soweit wie möglich durch Ausmultiplizieren und Zusammenfassen.

- a) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2$, b) $3(a + 4) - 4(a + 2)$,
c) $x(y + z) - y(x + z)$, d) $(a + b)(a - 2b)$.

Aufgabe 2

- a) Ein Produzent erhöht den Preis seines Produkts um 10%. Daraufhin sinken die Verkaufszahlen um 10%.

Wie ändert sich der Umsatz? Bleibt er gleich, sinkt er, oder steigt er?

Wie ist es bei einer 10%-igen Preissenkung und Erhöhung der Verkaufszahlen um 10%?

- b) Der Aktienkurs einer Aktie sinkt an einem Tag um 20%. Am darauffolgenden Tag steigt er wieder um 20%. Ist er nun höher, gleich hoch oder niedriger als zu Beginn?

Wie ist die Situation allgemein bei einer Änderung um p Prozent? Stellen Sie einen Bezug zur dritten binomischen Formel her!

Aufgabe 3

Berechnen Sie

- a) $\sum_{n=1}^5 n$, b) $\sum_{k=0}^3 (2k + 1)$, c) $\sum_{r=1}^{10} 3$, d) $\sum_{n=1}^3 \sum_{m=2}^4 n \cdot m$, e) $\sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^k l$.

Aufgabe 4

Gelten die folgenden Regeln für das Summensymbol?

- a) $\sum_{k=1}^n (a_k + c) = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right) + c$,
b) $\sum_{k=1}^n (c \cdot a_k) = c \cdot \left(\sum_{k=1}^n a_k \right)$,
c) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right) + \left(\sum_{k=1}^n b_k \right)$,
d) $\sum_{k=1}^n (a_k \cdot b_k) = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^n b_k \right)$.

Aufgabe 5

Tragen Sie jeweils den Folgerungspfeil in der richtigen Richtung bzw. im Falle der Äquivalenz den Äquivalenzpfeil in die Tabelle ein.

| | | \Rightarrow, \Leftarrow oder \Leftrightarrow | |
|----|--|---|-------------------------------|
| a) | x ist eine rationale Zahl. | | x ist eine natürliche Zahl. |
| b) | $x = n^2$ mit einem $n \in \mathbb{N}$. | | x ist eine natürliche Zahl. |
| c) | $x = a \cdot b$ mit geeigneten $a, b \in \mathbb{N}$. | | x ist eine natürliche Zahl. |
| d) | $x^2 = 4$ | | $x = 2$ |
| e) | $x^2 = 4$ | | $x = 2$ oder $x = -2$ |
| f) | $x = \sqrt{4}$ | | $x = 2$ |
| g) | $x = \sqrt{4}$ | | $x = 2$ oder $x = -2$ |

Aufgabe 6

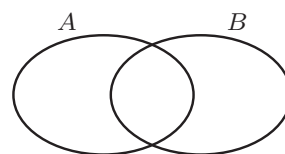
Sei $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $M_1 = \{m \in M \mid m \leq 5\}$ und $M_2 = \{m \in M \mid m \text{ ist eine gerade Zahl}\}$.

Bestimmen Sie $M_1 \cap M_2$, $M_1 \cup M_2$ und $M_1 \setminus M_2$.

Aufgabe 7

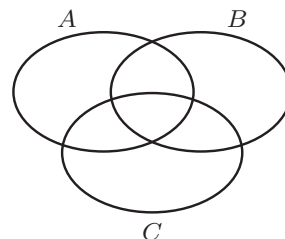
- a) Visualisieren Sie in dem Bild rechts die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ und $B \setminus A$ und illustrieren Sie dadurch, dass gilt:

$$(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$$



- b) Visualisieren Sie in dem Bild rechts die Mengen $A \cup B$, $A \cup C$ und $B \cap C$ und illustrieren Sie dadurch, dass gilt:

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$$



- c) Gilt auch

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C)?$$

Aufgabe 8

Berechnen Sie

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$,

b) $\frac{5}{6} + \frac{7}{18} + \frac{2}{3}$,

c) $\frac{9}{4} - \frac{7}{6} + \frac{4}{9}$,

d) $\frac{8}{9} \cdot \frac{15}{4}$,

e) $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{8}$,

f) $\frac{9}{8} \cdot \frac{6}{54} \cdot \frac{24}{36}$,

g) $\frac{\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6}}{\frac{15}{4}}$,

h) $\frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}$,

i) $\frac{\frac{3}{4} \cdot (\frac{7}{3} - \frac{2}{6} + \frac{4}{18})}{\frac{3}{5} - \frac{5}{5} + \frac{3}{10}}$.

Aufgabe 9

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der vorkommenden Variablen auf.

a) $\frac{x}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$,

b) $\frac{2}{3} - \frac{4}{c} = \frac{5}{6}$,

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{y}{4} = \frac{5}{6}$,

d) $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{d} = \frac{5}{6}$,

e) $\frac{2}{3} : \frac{s}{4} = \frac{5}{6}$,

f) $\frac{2}{3} : \frac{4}{a} = \frac{5}{6}$.

Aufgabe 10

Welche Brüche auf der rechten Seite sind gleich dem vorgegebenen Bruch links? Streichen Sie in der Tabelle die falschen Darstellungen durch!

| | | | | | |
|----|-----------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a) | $\frac{24}{36}$ | $\frac{5}{15}$ | $\frac{4}{6}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{16}{27}$ |
| b) | $\frac{18}{24}$ | $\frac{6}{8}$ | $\frac{16}{20}$ | $\frac{12}{16}$ | $\frac{2}{3}$ |
| c) | $\frac{72}{24}$ | $\frac{6}{2}$ | 3 | $\frac{45}{20}$ | $\frac{30}{10}$ |
| d) | $\frac{13}{49} \cdot \frac{7}{2}$ | $\frac{13}{14}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{39}{42}$ | $\frac{49}{50}$ |

Aufgabe 11

Vereinfachen Sie die folgenden Brüche.

a) $\frac{x^3y - yx^2 + x}{xy + x}$,

b) $\frac{2a^3c^2 - 5a^2c^3 + 3a^4c^3}{a^3c}$,

c) $\frac{a^2 + 2a + 1}{a^2 - 1}$,

d) $\frac{3r^2s}{\frac{9r}{s^2}}$,

e) $\frac{\frac{3x^3y}{xz}}{xyz}$,

f) $\frac{\frac{xy^2}{x^2z}}{\frac{yz}{x}}$,

g) $\frac{2c - 6}{3 - c}$.

Aufgabe 12

Bringen Sie die folgenden Ausdrücke auf einen möglichst kleinen gemeinsamen Nenner.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}, & \text{b) } \frac{4}{x^2} - \frac{5}{x} + \frac{2}{x^4}, & \text{c) } \frac{x}{yz} + \frac{y}{xz}, \\ \text{d) } \frac{5}{x^2y} - \frac{6}{xz^2} + \frac{4}{yz^3}, & \text{e) } \frac{1}{a^2-1} + \frac{1}{a^2-a}, & \text{f) } \frac{2x}{x-1} + \frac{x}{1-x}. \end{array}$$

Aufgabe 13

Gibt es positive Zahlen a , b , c und d , so dass gilt

$$\text{a) } \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}, \quad \text{b) } \frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{\frac{b}{c}} ?$$

Aufgabe 14

Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach x auf; c und a sind Parameter.

$$\text{a) } \frac{x}{x+3} = \frac{x+1}{x-2}, \quad \text{b) } \frac{2}{1-x} = \frac{1}{c-x}, \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{a}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}} = 2.$$

Testen Sie Ihre Ergebnisse durch Einsetzen.

Aufgabe 15

Zu Werten $a, b, c, d > 0$ werden die folgenden vier Ausdrücke betrachtet:

$$x_1 = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}, \quad x_2 = \frac{a}{b} - \frac{c}{d}, \quad x_3 = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}, \quad x_4 = \frac{a}{b} : \frac{c}{d}.$$

Tragen Sie in die folgende Tabelle ein, ob sich der Wert der Ausdrücke vergrößert („>“) oder verkleinert („<“), wenn man die einzelnen Variablen vergrößert.

Beispiel: x_1 vergrößert sich, wenn man a vergrößert.

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|
| a vergrößern | > | | | |
| b vergrößern | | | | |
| c vergrößern | | | | |
| d vergrößern | | | | |