1.3 Mengenlehre

Definition 1.3.1 (Menge)

Eine *Menge* ist eine Ansammlung von Objekten. Die Objekte nennt man *Elemente* der Menge.

Beispiel 1.3.2

Die Ansammlung aller Menschen ist eine Menge:

$$M = \{\text{Menschen}\}.$$

Bemerkungen 1.3.3 (Schreibweisen)

- Mit „$\in$“, lies „ist Element von“, kennzeichnet man, dass ein Objekt in einer Menge enthalten ist; andernfalls schreibt man $\notin$, z.B.

  $$\text{Pythagoras} \in M, \qquad \text{Biene Maja} \notin M.$$

- Durch einen senkrechten Strich, „$|$“, lies „für die gilt“, kann man Bedingungen an die Elemente stellen, die wirklich in der Menge sind.

  Beispielsweise kann man die Menge aller Menschen, die im Januar Geburtstag haben, beschreiben mit

  $$M_1 = \{m \in M \,|\, m \text{ hat im Januar Geburtstag}\}$$

  und die Menge aller Menschen, die am letzten Tag eines Monats Geburtstag haben, beschreiben mit

  $$M_2 = \{m \in M \,|\, m \text{ hat am letzten Tag eines Monats Geburtstag}\}.$$

- Mit „$\cap$“, lies „geschnitten“, kennzeichnet man die Schnittmenge zweier Mengen:

  $$M_1 \cap M_2 = \{x \,|\, x \in M_1 \text{ und } x \in M_2\}.$$

  Im Beispiel oben enthält $M_1 \cap M_2$ also alle Menschen, die am 31.01. Geburtstag haben.

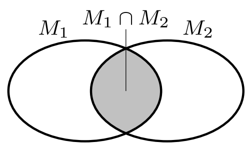

Abb. 1.2 Schnittmenge.

- Mit „$\cup$“, lies „vereinigt mit“, kennzeichnet man die Vereinigung zweier Mengen:

  $$M_1 \cup M_2 = \{x \,|\, x \in M_1 \text{ oder } x \in M_2\}.$$

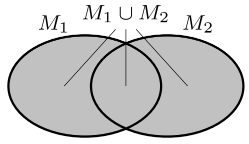

Abb. 1.3 Vereinigungsmenge.

- Mit „\“, lies „ohne“, kennzeichnet man die Elemente der ersten Menge, die nicht in der zweiten Menge sind:

$$M_1 \setminus M_2 \;=\; \{x \,|\, x \in M_1 \text{ und } x \notin M_2\}.$$

  Im Beispiel oben enthält $M_1 \setminus M_2$ also alle Menschen, die vom 01.01. bis 30.01. Geburtstag haben.

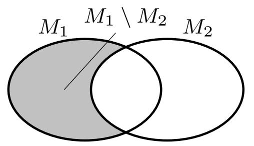

Abb. 1.4 Mengendifferenz.

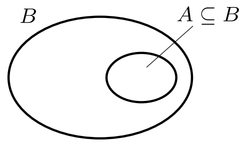

Abb. 1.5 Teilmenge.

- Mit „$\subseteq$“, lies „ist Teilmenge von“, kennzeichnet man, dass alle Elemente der linken Menge auch in der rechten Menge sind, z.B. $M_1 \subseteq M$; dabei ist auch möglich, dass die Mengen gleich sind: $M \subseteq M$.

  Achtung: Die Bedeutung von „$\subset$“ ist nicht einheitlich. Manchmal wird dies wie „$\subseteq$“ genutzt, manchmal im Sinne einer echten Teilmenge, d.h., bei $A \subset B$ gibt es Elemente in B, die nicht in A sind; deutlicher wird dies durch $A \underset{\neq}{\subset} B$ ausgedrückt.