

9. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Aufgabe 1

- a) Bestimmen Sie (mit Hilfe eines Taschenrechners) den Wert von $\binom{100}{6}$ und $\binom{100}{95}$.
- b) Folgern Sie aus der Definition der Binomialkoeffizienten, dass für alle $n, k \in \mathbb{N}$ mit $n > k$ gilt:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

- c) Welche Ausdrücke erhält man bei der Ausmultiplikation von

c1) $(a+b)^5$, c2) $(a-b)^6$?

- d) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt: $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$.

(Tipp: Geschickte Anwendung des Binomialsatzes)

Veranschaulichen Sie sich die Sachverhalte von b) bis d) auch im Pascalschen Dreieck.

Aufgabe 2

- a1) Wieviel 3-elementige Teilmengen gibt es zu $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$?
- a2) Wieviel k -elementige Teilmengen gibt es zu einer n -elementigen Menge?
- b1) Wieviel verschiedene Teilmengen gibt es zu $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$?
- b2) Wieviel verschiedene Teilmengen gibt es zu einer n -elementigen Menge?

Aufgabe 3

Lotterie A spielt ein übliches 6 aus 20, d.h., aus 20 von 1 bis 20 nummerierten Kugeln werden sechs ohne Zurücklegen gezogen; die Reihenfolge spielt keine Rolle.

Bei Lotterie B werden nur fünf Kugeln gezogen, die allerdings nach Notieren der Nummer wieder in die Urne zurückgelegt werden. Auch hier spielt die Reihenfolge keine Rolle.

Lotterie C bietet „4 aus 20 plus Zusatzzahl“ an, d.h., es werden vier Kugeln ohne Zurücklegen gezogen, bei denen die Reihenfolge keine Rolle spielt. Die zusätzlich gezogene Zusatzzahl muss explizit getippt werden.

Bei welcher Lotterie haben Sie die besten Gewinnchancen für einen Volltreffer?

Aufgabe 4 (ehemalige Klausuraufgabe, 6 Minuten)

Wieviel Zahlen zwischen 1 und 999999 gibt es, die genau zwei Einsen und eine Vier als Ziffern besitzen? (14138 ist so eine Zahl, 144128 nicht.)

Aufgabe 5

Sie haben sechs Zahlen für ein 6 aus 49 Lotto getippt. Wie viele Ziehungsausgänge gibt es, so dass Sie genau drei Richtige haben?

Anleitung:

- Bestimmen Sie, wieviel verschiedene 3-Tupel Ihre sechs Zahlen ermöglichen.
- Bestimmen Sie für ein solches 3-Tupel die Anzahl der Ziehungsausgänge, die genau diese 3 Zahlen und weitere nicht auf Ihrem Tippzettel angekreuzte Zahlen beinhalten.
- Berechnen Sie nun die Gesamtzahl der Ziehungsausgänge mit genau drei Richtigen.

Aufgabe 6

Beim Skatspiel werden jedem der drei Spieler 10 Karten gegeben. Die restlichen 2 Karten kommen in die Mitte.

- Wieviel verschiedene Möglichkeiten gibt es, die Karten zu verteilen?
- Wieviel verschiedene Blätter (d.h. Karten für einen Spieler) gibt es, die keinen der vier Bauern beinhalten?
- Wieviel verschiedene Blätter gibt es, die alle vier Bauern beinhalten?
- Wieviel verschiedene Blätter gibt es, die genau zwei Bauern beinhalten?

(Es reichen jeweils Ausdrücke mit Binomialkoeffizienten oder Fakultäten.)