FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

SS 2026
28.05.2026

8. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Aufgabe 1

Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten $c_n = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} f(x)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}nx}\,\mathrm{d}x$ zu

$$f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}, \quad f(x) \;=\; x - \pi$$

und die zugehörige Fourierreihe $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} c_n\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}nx}$.

Vergleichen Sie das Ergebnis mit der reellen Fourierreihe von Blatt 7, Aufgabe 3; fassen Sie dazu die Ausdrücke für n und $-n$ jeweils zusammen und nutzen Sie die Darstellung $\mathrm{e}^{\mathrm{j}b} = \cos b + \mathrm{j}\sin b$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie die relevanten Koeffizienten zur diskreten Fourier-Transformation zu den fünf Datenpunkten

$$f_0 = 3, \qquad f_1 = 0, \qquad f_2 = 1, \qquad f_3 = 0, \qquad f_4 = 2.$$

Plotten Sie die Interpolationsfunktion, die sich durch die Rücktransformation ergibt und verifizieren Sie die Rücktransformation.

Aufgabe 3

Seien a_n und b_n die Koeffizienten zur diskreten Fourier-Transformation von den N Datenpunkten $f_0, \dots, f_{N-1}$. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$a_{N-n} = a_n \qquad \text{und} \qquad b_{N-n} = -b_n.$$

Aufgabe 4 (ehemalige Klausuraufgabe, 6 Minuten)

Zu den vier Daten

$$f_0 = 0, \qquad f_1 = 1, \qquad f_2 = 2, \qquad f_3 = c$$

werden die Koeffizienten zur diskreten Fourier-Transformation berechnet. Dabei ergeben sich

$$a_0 = 2, \qquad a_1 = -1, \qquad a_2 = 0 \quad \text{und} \quad b_1 = 0.$$

a) Welchen Wert hat c?

b) Welchen Wert haben a_4 und a_5?

Aufgabe 5

Seien a_n und b_n die reellen und c_n die komplexen Fourierkoeffizienten zu den N reellen Datenpunkten $f_0, \ldots, f_{N-1}$. Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$c_n = \frac{\sqrt{N}}{2}(a_n - \mathrm{j}b_n).$$

Hinweis: Beachten Sie, dass bei den komplexen Koeffizienten zur diskreten Fouriertransformation (hier) eine andere Skalierung genutzt wird als bei denen zur Fourierreihe (s. Def. 3.3 des Skripts inklusive der folgenden Bemerkung).

Aufgabe 6

Gegeben sind die vier Datenpunkte

$$f_0 = 3, \qquad f_1 = 0, \qquad f_2 = 1, \qquad f_3 = 2.$$

a) Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten c_n, die bei der Rücktransformation gebraucht werden.

b) Verifizieren Sie die Rücktransformation.

c) Nutzen Sie die Beziehung $c_n = \frac{\sqrt{N}}{2}(a_n - \mathrm{j}b_n)$ zwischen den reellen und komplexen Fourierkoeffizienten (vgl. Aufgabe 5), um aus den Ergebnissen von a) die relevanten reellen Koeffizienten zu bestimmen und damit eine (reelle) Interpolationsfunktion für die Datenpunkte aufzustellen.

Aufgabe 7

Warum reicht es, bei N reellen Datenpunkten nur die komplexen Fourierkoeffizienten c_k für $k = 0$ bis $k = \frac{N}{2}$ (falls N gerade ist) bzw. bis $k = \frac{N-1}{2}$ abzuspeichern?

Sehen Sie noch weiteres Einsparpotenzial beim Abspeichern?