FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

SS 2026
21.05.2026

7. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Aufgabe 1

Beschreibt $u(x,t)$ die Auslenkung eines (gespannten) Seils am Ort x zur Zeit t, so erfüllt u die partielle Differenzialgleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) \;=\; c\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t) \quad (c>0).$$

a) Für welche a sind Funktionen der Form $u(x,t) = \sin(x-at)$ Lösungen?

Überlegen Sie sich, dass allgemein bei einer beliebigen (zweimal differenzierbaren) Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die Funktion $u(x,t) = g(x-at)$ mit entsprechendem a eine Lösung ist.

b) Wie kann man sich den zeitlichen Verlauf der Lösungsfunktionen in a) vorstellen?

c) Rechnen Sie nach, dass die Funktionen

$$u_n(x,t) \;=\; \sin(nx)\cos(\frac{n}{\sqrt{c}}t)$$

Lösungen sind, und dass auch jede Linearkombination

$$u(x,t) \;=\; \sum_{n=1}^{N}\lambda_n u_n(x,t) \;=\; \lambda_1 u_1(x,t) + \lambda_2 u_2(x,t) + \ldots + \lambda_N u_N(x,t)$$

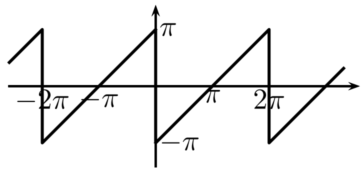
($\lambda_n \in \mathbb{R}$, $N \in \mathbb{N}$ beliebig) eine Lösung ist, wobei jeweils die Randbedingung $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$ erfüllt ist (d.h., das Seil ist an den Stellen $x = 0$ und $x = \pi$ fixiert).

Aufgabe 2

a) Welche Funktionen werden durch die folgenden Fourierkoeffizienten beschrieben? Nutzen Sie ein Applet zur Fouriersynthese (s. die Links auf meiner Internetseite).

	a_0	a_1 b_1	a_2 b_2	a_3 b_3	a_4 b_4	a_5 b_5	a_6 b_6	a_7 b_7	a_8 b_8	a_9 b_9	a_{10} b_{10}
1)	0.95	0.06 0.91	-0.80 0.11	-0.13 -0.62	0.42 -0.12	0.08 0.21	-0.04 0.02	0.05 0.08	-0.15 0.10	-0.12 -0.17	0.14 -0.12
2)	-0.5	0.64 1.00	0.00 0.50	0.07 0.33	0.00 0.25	0.03 0.20	0.00 0.17	0.01 0.14	0.00 0.12	0.01 0.11	0.00 0.10
3)	-0.36	0.00 1.00	0.25 0.00	0.00 -0.11	-0.06 0.00	0.00 0.04	0.03 0.00	0.00 -0.02	-0.02 0.00	0.00 0.01	0.01 0.00

b) Wie muss man die Fourierkoeffizienten einstellen, um (annähernd) den nebenstehenden Funktionsverlauf zu erhalten? (Vgl. Aufgabe 3.)



Aufgabe 3

a) Bestimmen Sie die Fourierreihe zu $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \pi$.

b) Nutzen Sie einen Funktionsplotter, um sich ein Bild der ersten Teilsummen zu der Fourierreihe aus a) zu machen.

Aufgabe 4

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine 2π-periodische Funktion und a_n und b_n die üblichen Fourierkoeffizienten (bei Integration von 0 bis 2π).

a) Überlegen Sie sich, dass man beim Integrationsintervall $[-\pi, \pi]$, also bei

$$\tilde{a}_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(nx)\,\mathrm{d}x \qquad \text{und} \qquad \tilde{b}_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)\,\mathrm{d}x$$

die gleichen Koeffizienten erhält: $a_n = \tilde{a}_n$ und $b_n = \tilde{b}_n$.
(Dies gilt sogar allgemein bei jedem Integrationsintervall der Länge 2π.)

b) Zeigen Sie:

1) Ist f eine gerade Funktion, so gilt $b_n = 0$ für alle n.

2) Ist f eine ungerade Funktion, so gilt $a_n = 0$ für alle n.

(Tipp: Benutzen Sie entsprechend a) das Intervall $[-\pi, \pi]$.)