

## 6. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

### Aufgabe 1

Die Bremswirkung der Wirbelstrombremse einer Straßenbahn ist proportional zur Geschwindigkeit der Bahn. Stellen Sie eine Differenzialgleichung für die Geschwindigkeit der Bahn beim Bremsen auf.

Versuchen Sie, eine Lösung zu finden.

### Aufgabe 2

Skizzieren Sie das Richtungsfeld zur DGL  $y' = x \cdot y^2$  und zeichnen Sie qualitativ Lösungsverläufe ein, die zu den folgenden Anfangsbedingungen gehören:

- a)  $y(1) = -1$                       b)  $y(1) = -2$                       c)  $y(0) = 2$

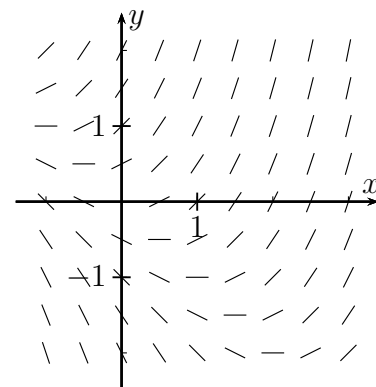
### Aufgabe 3

Betrachtet wird das Anfangswertproblem

$$y' = x + y, \quad y(1) = -1.$$

Berechnen Sie eine Näherung für  $y(2)$  zur Schrittweite  $h = 0.5$

- a) mit Hilfe des Euler-Verfahrens,  
b) mit Hilfe des Heun-Verfahrens.



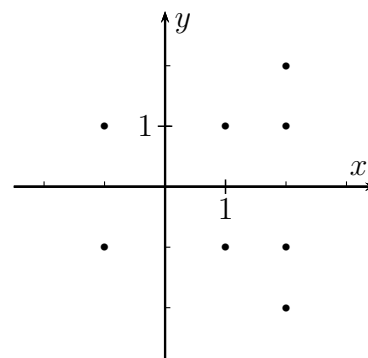
Veranschaulichen Sie sich jeweils im Richtungsfeld, was passiert.

#### Aufgabe 4 (ehemalige Klausuraufgabe, 10 Minuten)

Betrachtet wird die Differentialgleichung

$$y' = (x - 1) \cdot y^2.$$

- Zeichnen Sie in das Diagramm an den markierten acht Punkten die Richtungselemente für das Richtungsfeld der Differentialgleichung.
- Führen Sie zwei Schritte des Euler-Verfahrens zur Lösung des Anfangswertproblems mit  $y(0) = 1$  zu der Differentialgleichung, Schrittweite 0.5, aus.



#### Aufgabe 5

Betrachtet wird ein Räuber-Beute-Modell mit Ressourcenbegrenzung:

Sei  $u(t)$  die Populationsgröße der Beutetiere zur Zeit  $t$  und  $v(t)$  die des entsprechenden Räubers. Dazu wird das Differentialgleichungssystem

$$u' = u \cdot (2 - v - u)$$

$$v' = v \cdot (u - 1 - v)$$

betrachtet. Zur Zeit  $t = 0$  sei  $u(0) = v(0) = 0.5$ .

- Berechnen Sie mit dem Euler-Verfahren zur Schrittweite  $h = 0.1$  Näherungen für  $u(0.3)$  und  $v(0.3)$ .
- Berechnen Sie mit dem Heun-Verfahren einen Schritt zur Schrittweite  $h = 0.1$ .

#### Aufgabe 6

Betrachtet wird die Differentialgleichung dritter Ordnung

$$y''' = 2xy'y'' + 2y^2y'$$

mit den Anfangswerten

$$y(1) = 1, \quad y'(1) = -1, \quad y''(1) = 2.$$

- Transformieren Sie die Differentialgleichung inklusive der Anfangsbedingung in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung.
- Führen Sie zwei Schritte des Euler-Verfahrens mit der Schrittweite  $h = 0.1$  aus.
- Führen Sie einen Schritt des Heun-Verfahrens mit der Schrittweite  $h = 0.1$  aus.