

3. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die stationären Punkte von

a) $f(x, y) = x^4 + 2y^2 - 4xy,$

b) $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 4x_3.$

Aufgabe 2

a) Führen Sie von Hand je zwei Schritte des Gradientenverfahrens zur *Minimierung* von

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = x^4 + 2y^2 - 4xy$$

ausgehend von $(0, 1)$ mit Schrittweite $\lambda = \frac{1}{2}$, $\lambda = \frac{1}{4}$ und $\lambda = \frac{1}{8}$ aus.

b) Führen Sie von Hand zwei Schritte des Gradientenverfahrens zur *Minimierung* von

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 4x_3$$

ausgehend von $(2, 3, 4)$ mit Schrittweite $\lambda = \frac{1}{2}$ aus.

c) Schreiben Sie ein Programm zur Minimierung von f aus a) bzw. b) mittels des Gradientenverfahrens und experimentieren Sie mit verschiedenen Startwerten und unterschiedlichen Schrittweiten.

Aufgabe 3

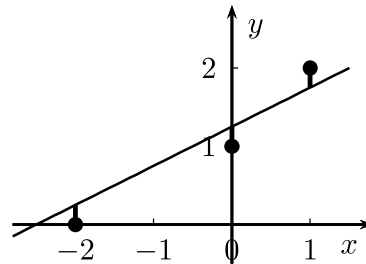
Eine quaderförmige Kiste, die oben offen ist, soll einen Inhalt von 32 Litern haben. Bestimmen Sie Länge, Breite und Höhe so, dass der Materialverbrauch für die Kiste minimal ist.

Aufgabe 4

Berechnen Sie eine Ausgleichsgerade zu den drei Punkten

$$(-2, 0), \quad (0, 1) \quad \text{und} \quad (1, 2),$$

d.h. eine Gerade, so dass die Summe der Quadrate der markierten Abstände (in y -Richtung) minimal ist



Aufgabe 5

Ziel ist die Bestimmung des an den Punkt $\vec{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ nächstgelegenen Punktes auf der Ebene

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}.$$

Bestimmen Sie dazu den Abstand $d(\lambda, \mu)$ eines beliebigen mit den Parametern λ und μ festgelegten Punktes der Ebene E zu \vec{q} und suchen Sie eine Minimalstelle dieser Funktion.