Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

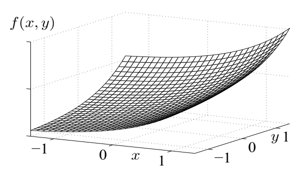
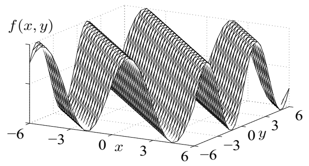
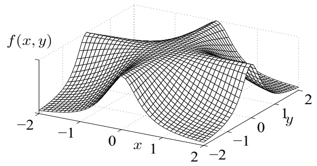
FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

SS 2026
15.04.2026

2. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Aufgabe 1 (beispielhafte Klausuraufgabe, 6 Minuten)

Welche Funktion erzeugt das darüber stehende „Funktionsgebirge“?

a) 	b) 	c) 
$f_1(x,y) = \mathrm{e}^{xy}$	$g_1(x,y) = \sin(x+y)$	$h_1(x,y) = \dfrac{1}{(x+y)^2+1}$
$f_2(x,y) = \mathrm{e}^{x+y}$	$g_2(x,y) = \sin\sqrt{x^2+y^2}$	$h_2(x,y) = \dfrac{1}{(x\cdot y)^2+1}$
$f_3(x,y) = \mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{y}$	$g_3(x,y) = \sin x + \sin y$	$h_3(x,y) = \dfrac{1}{(x+y+1)^2}$

Aufgabe 2

Betrachtet werden die folgenden Funktionen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$:

$$f(x,y) = y\cdot \mathrm{e}^{xy}, \qquad g(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}, \qquad h(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}.$$

a) Wie lauten die in Polarkoordinaten ausgedrückten Funktionsvorschriften?

b) Machen Sie sich mit Hilfe der partiellen Funktionen bzw. mit Hilfe der Polarkoordinaten-Ausdrücke ein Bild zu den Funktionsgrafen.

Aufgabe 3

Versuchen Sie, sich die Funktionsgrafen zu den durch die folgenden Ausdrücke in Polarkoordinaten gegebenen Funktionen als Flächen vorzustellen.

a) $f(r,\varphi) \;=\; \dfrac{1}{r}$, b) $g(r,\varphi) \;=\; r\cdot\sin\varphi$,

c) $h(r,\varphi) \;=\; r\cdot\sin\dfrac{\varphi}{2}$, mit $\varphi\in[0,2\pi]$.

Aufgabe 4

Berechnen Sie zu den folgenden Funktionen sämtliche partielle Ableitungen erster und zweiter Ordnung.

a) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ f(x,y,z) \;=\; \dfrac{x^2 y}{z^2+1}.$

b) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x,y) \;=\; \mathrm{e}^{xy} \cdot \sin(x^2+y).$

Aufgabe 5

Zu zwei Vektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{a} = (a_1, \ldots, a_n)$, $\mathbf{b} = (b_1, \ldots, b_n)$ wird das Skalarprodukt $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + \ldots + a_n b_n$ betrachtet. Berechnen Sie grad $f(\mathbf{x})$ zu den folgenden Funktionen:

a) $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},\ f(\mathbf{x}) \;=\; \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}$ zu fest gewähltem $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$.

b) $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R},\ f(\mathbf{x}) \;=\; \mathbf{x} \cdot \mathbf{x}.$

c) Zu einer symmetrischen Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und einem Vektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ kann man die quadratische Form $\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ bilden. Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \mathbf{x} \mapsto \mathbf{x}^T A \mathbf{x} \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Sehen Sie einen Zusammenhang zwischen A und grad $f(\mathbf{x})$?

Aufgabe 6

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ f(x,y,z) = x^2 \cdot \sin(yz).$

Berechnen Sie den Gradienten zu f an der Stelle $(x_0, y_0, z_0) = (2, 1, 3)$ näherungsweise, indem Sie jeweils numerische Ableitungen nutzen, d.h. entsprechende Differenzenquotienten, mit $h = 0.1$.

Wie lautet der Gradient an der Stelle exakt?

(Nutzen Sie einen Taschenrechner!)