

10. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Aufgabe 1

Welche der beiden folgenden Ereignisse A oder B ist beim Würfeln mit zwei Würfeln wahrscheinlicher:

A : Augensumme ist gleich 8 oder 11 B : Augensumme ist gleich 9 oder 4?

Für Kenner des Spiels „Siedler von Catan“ kann man die Frage auch so formulieren: Ist es besser zwischen zwei Weizenfeldern mit den Zahlen 8 und 11 oder zwischen zwei mit 9 und 4 zu siedeln?

Aufgabe 2

Ein Straßenspieler hat drei Würfel, deren Seiten nicht mit 1 bis 6 sondern wie folgt beschriftet sind:

Würfel 1: 2 2 2 2 6 6

Würfel 2: 3 3 3 4 4 4

Würfel 3: 1 1 5 5 5 5

Er bietet Passanten an, dass sie sich einen Würfel aussuchen können. Er sucht sich daraufhin einen der verbleibenden zwei Würfel aus. Wer dann die höhere Zahl würfelt, bekommt von seinem Gegenüber einen Euro.

Analysieren Sie das Spiel. Welchen Würfel sollten Sie wählen? Welchen Würfel wird der Straßenspieler nehmen?

Aufgabe 3

Die Erfahrung zeigt, dass bei (auch anonymen) Umfragen nach unangenehmen Eigenschaften, beispielsweise ob man bei der Klausur gepusht hat, die Befragten nicht ehrlich antworten. Daher werden verschleierte Umfragen wie die folgende genutzt:

Kreuzen Sie bitte nur an, ob Ihre Antworten auf die folgenden beiden Fragen

☐ **gleich** oder ☐ **verschieden** sind:

Frage 1: Haben Sie bei der Klausur gepusht?

Frage 2: Hat Ihre Mutter in den ersten drei Monaten des Jahres Geburtstag?

Wie kann man (unter der Voraussetzung, dass Geburtstage gleichverteilt im Jahr liegen) aus den Angaben die Wahrscheinlichkeit des Puschens berechnen? Welche Wahrscheinlichkeit ergibt sich konkret, wenn 70% der Befragten angeben, die Antworten sind gleich?

Aufgabe 4

Bei *Mensch-ärgere-Dich-nicht* muss man eine Sechs würfeln, um beginnen zu können.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, nach spätestens dreimal Würfeln beginnen zu können?

Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit auf zwei Arten:

- 1) Durch Zerlegung in die Ereignisse „erste Sechs beim ersten Wurf“, „erste Sechs beim zweiten Wurf“ und „erste Sechs beim dritten Wurf“ und Benutzung der geometrischen Verteilung,
- 2) Indem Sie die Wahrscheinlichkeit des Komplementärereignisses „nach drei Würfen immer noch keine Sechs“ berechnen.

Aufgabe 5

- a) Eine Münze wird 6-mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens 4 mal „Zahl“ zu bekommen?
- b) Eine Bonbonfabrik stellt Kirsch- und Erdbeerbombons her,
zu 70% Kirschbombons und zu 30% Erdbeerbombons.

Aus der Gesamtproduktion werden zufällig Tüten zu je 10 Bombons zusammengestellt.

- b1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tüte kein Erdbeerbombon enthält?
- b2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tüte mindestens drei Erdbeerbombons enthält?
- c) Bei einer Nachrichtenübertragung werden Codewörter bestehend aus $N = 32$ Bits übertragen. Bis zu $f = 2$ Bitfehler können dabei korrigiert werden. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit einer fehlerhaften Decodierung, wenn für jedes einzelne Bit die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers auf dem Übertragungsweg gleich $p = 10^{-4}$ ist?

Aufgabe 6

Bei einer Multiple-Choice Aufgabe der Matheklausur gibt es sechs Ankreuzfragen.

Mäxchen hat keine Ahnung und kreuzt bei jeder Aufgabe irgendetwas an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er mehr richtige als falsche Kreuze gesetzt hat,

- a) wenn es pro Frage zwei Ankreuzmöglichkeiten gibt,
b) wenn es pro Frage drei Ankreuzmöglichkeiten gibt?

Aufgabe 7

Ein Zufallsexperiment liefert Zahlen zwischen 0 und 2 entsprechend der Wahrscheinlichkeitsdichte $f(x) = cx$ ($x \in [0, 2]$, $f(x) = 0$ sonst).

- a) Wie groß muss c sein, damit f wirklich eine Wahrscheinlichkeitsdichte angibt?
- b) Wie groß ist $P([0, 1])$ und $P([1, 2])$?
- c) Wie groß sind $P([0, 0.1])$, $P([0.1, 0.2])$, $\dots$, $P([1.9, 2])$?

Zeichnen Sie ein entsprechendes Histogramm.

Wie sieht ein Histogramm aus, wenn man $\frac{1}{100}$ -Unterteilungen statt $\frac{1}{10}$ -Unterteilungen nimmt?

Aufgabe 8 (ehemalige Klausuraufgabe, 4 Punkte)

Skizzieren Sie jeweils eine Wahrscheinlichkeitsdichte f (inklusive der Skalierung der $f(x)$ -Achse) für folgende Zufallsexperimente:

- a) Das Zufallsexperiment liefert Zahlen im Intervall $[-2, 2]$, wobei solche in $[0, 2]$ dreimal so häufig vorkommen wie solche in $[-2, 0]$. Innerhalb der beiden Intervalle hat man eine Gleichverteilung.
- b) Das Zufallsexperiment liefert Zahlen im Intervall $[-1, 2]$, wobei ein Resultat in $[-1, 0]$ genauso wahrscheinlich ist, wie eines in $[0, 2]$. Innerhalb der beiden Intervalle hat man eine Gleichverteilung.