FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

SS 2026
21.04.2026

3. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die stationären Punkte von

a) $f(x,y) = x^4 + 2y^2 - 4xy$,

b) $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 4x_3$.

Aufgabe 2

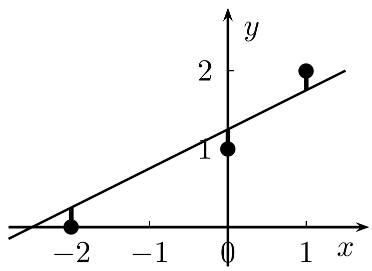
Eine quaderförmige Kiste, die oben offen ist, soll einen Inhalt von 32 Litern haben. Bestimmen Sie Länge, Breite und Höhe so, dass der Materialverbrauch für die Kiste minimal ist.

Aufgabe 3

Berechnen Sie eine Ausgleichsgerade zu den drei Punkten

$$(-2, 0), \qquad (0, 1) \quad \text{und} \quad (1, 2),$$

d.h. eine Gerade, so dass die Summe der Quadrate der markierten Abstände (in y-Richtung) minimal ist



Aufgabe 4

Ziel ist die Bestimmung des an den Punkt $\vec{q} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ nächstgelegenen Punktes auf der Ebene

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \;\middle|\; \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}.$$

Bestimmen Sie dazu den Abstand $d(\lambda, \mu)$ eines beliebigen mit den Parametern λ und μ festgelegten Punktes der Ebene E zu $\vec{q}$ und suchen Sie eine Minimalstelle dieser Funktion.

Aufgabe 5

Berechnen Sie die Jacobi-Matrizen zu

a) $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3,\ f(x_1, x_2, x_3, x_4) \;=\; \begin{pmatrix} x_1 x_2\, \mathrm{e}^{x_3} \\ x_2 x_3 x_4 \\ x_4 \end{pmatrix}$,

b) $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4,\ g(x, y) \;=\; \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x \\ xy \end{pmatrix}$.

Aufgabe 6

Wie lautet die Jacobi-Matrix zu

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ f(x) \;=\; Ax \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}?$$

Aufgabe 7

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ f(x, y) \;=\; x^2 y + x - y^2$.

a) Geben Sie mit Hilfe der linearen Approximation eine Tangentenebene an f um den Punkt $(2, 3)$ an.

b) Geben Sie mit Hilfe der linearen Approximation eine Näherung für die Funktionsänderung $\Delta f = f(2 + \Delta x, 3 + \Delta y) - f(2, 3)$ in Abhängigkeit von Δx und Δy an.

c) Wie groß ist die Abweichung bei der Funktion f bzw. durch die Näherungen aus a) bzw. b), wenn man statt $(2, 3)$ die Stellen $(2.1, 3)$ bzw. $(2.05, 3.2)$ einsetzt?

d) Nutzen Sie die Näherung aus b), um abzuschätzen, wie groß der Fehler maximal ist, wenn man statt $(x_0, y_0) = (2, 3)$ die Stelle $(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$ mit $|\Delta x| \le 0.1$ und $|\Delta y| \le 0.2$ einsetzt.

e) Erklären Sie das lineare Fehlerfortpflanzungsgesetz:

> Sei $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n)$. Sind die Größen x_k mit Fehlern oder Ungenauigkeiten versehen, die maximal $|\Delta x_k|$ betragen $(k = 1, \ldots, n)$, so erhält man bei Einsetzen von $\mathbf{x}$ in eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ einen maximalen Fehler von ungefähr
>
> $$|\Delta f| \;\le\; \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}(\mathbf{x})\right| \cdot |\Delta x_1| + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}(\mathbf{x})\right| \cdot |\Delta x_n|.$$

Aufgabe 8 (beispielhafte Klausuraufgabe, 12 Minuten)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) \;=\; \begin{pmatrix} x^3 y^3 - 2y \\ x \end{pmatrix}$.

Gesucht ist eine Stelle (x, y) mit $f\left(\binom{x}{y}\right) = \binom{0}{2}$. Führen Sie dazu ausgehend vom Punkt $\mathbf{x}^{(0)} = \binom{1}{1}$ zwei Schritte des (mehrdimensionalen) Newton-Verfahrens durch.