

1. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Aufgabe 1

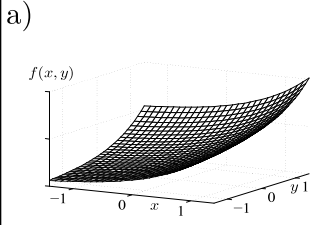
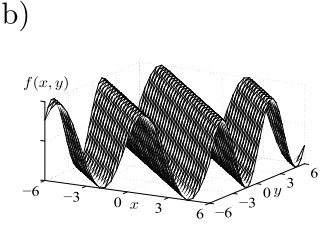
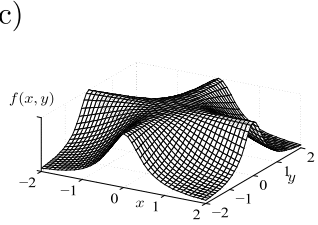
Betrachtet werden die folgenden Funktionen $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x, y) = y \cdot e^{xy}, \quad g(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}, \quad h(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

- Wie lauten die in Polarkoordinaten ausgedrückten Funktionsvorschriften?
- Machen Sie sich mit Hilfe der partiellen Funktionen bzw. mit Hilfe der Polarkoordinaten-Ausdrücke ein Bild zu den Funktionsgrafem.

Aufgabe 2 (beispielhafte Klausuraufgabe, 6 Minuten)

Welche Funktion erzeugt das darüber stehende „Funktionsgebirge“?

a) 	b) 	c) 
$f_1(x, y) = e^{xy}$	$g_1(x, y) = \sin(x + y)$	$h_1(x, y) = \frac{1}{(x + y)^2 + 1}$
$f_2(x, y) = e^{x+y}$	$g_2(x, y) = \sin \sqrt{x^2 + y^2}$	$h_2(x, y) = \frac{1}{(x \cdot y)^2 + 1}$
$f_3(x, y) = e^x + e^y$	$g_3(x, y) = \sin x + \sin y$	$h_3(x, y) = \frac{1}{(x + y + 1)^2}$

Aufgabe 3

Versuchen Sie, sich die Funktionsgraphen zu den durch die folgenden Ausdrücke in Polarkoordinaten gegebenen Funktionen als Flächen vorzustellen.

- a) $f(r, \varphi) = \frac{1}{r}$, b) $g(r, \varphi) = r \cdot \sin \varphi$,
c) $h(r, \varphi) = r \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$, mit $\varphi \in [0, 2\pi]$.

Aufgabe 4 (beispielhafte Klausuraufgabe, 8 Minuten)

Drücken Sie die Punkte

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad P_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

einerseits in Zylinderkoordinaten und andererseits in Kugelkoordinaten aus.

Aufgabe 5

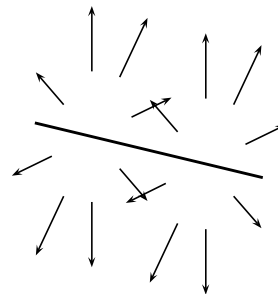
Geben Sie verschiedene Parameterbereiche für Kugelkoordinaten r , φ und ϑ an, mit denen Sie Viertelkugeln (mit Radius 1) beschreiben können.

Wo liegen die Viertelkugeln?

Aufgabe 6

Das elektrische Feld eines langen geladenen Stabes ist radial vom Stab weg gerichtet und hat einen Betrag $\frac{c}{\text{Abstand zum Stab}}$ mit einer Konstanten c .

Geben Sie eine formelmäßige Beschreibung des Feldes in geeigneten Koordinaten an.



Aufgabe 7 (beispielhafte Klausuraufgabe, 8 Minuten)

Betrachtet wird das in (lokalen) Kugelkoordinaten gegebene Vektorfeld

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{F}(r, \varphi, \vartheta) = r \cdot \cos \varphi \cdot \vec{e}_r + r \cdot \sin \varphi \cdot \vec{e}_\varphi + \sin \vartheta \cdot \vec{e}_\vartheta.$$

Geben Sie den Funktionsvektor an der (in kartesischen Koordinaten gegebenen) Stelle $(x_0, y_0, z_0) = (0, 2, 0)$ einerseits in lokalen Kugelkoordinaten und andererseits in kartesischen Koordinaten an.