Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

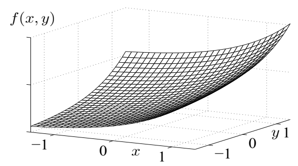
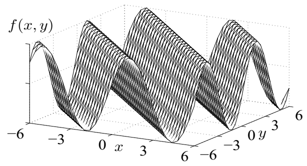
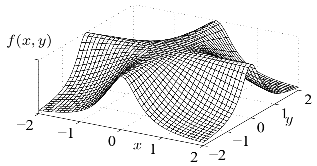
SS 2026
07.04.2026

1. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Die Aufgaben entstammen meinem *Arbeitsbuch höhere Mathematik*, Springer-Verlag

Aufgabe 1 (beispielhafte Klausuraufgabe, 6 Minuten)

Welche Funktion erzeugt das darüber stehende „Funktionsgebirge“?

a) 	b) 	c) 
$f_1(x,y) = \mathrm{e}^{xy}$	$g_1(x,y) = \sin(x+y)$	$h_1(x,y) = \dfrac{1}{(x+y)^2+1}$
$f_2(x,y) = \mathrm{e}^{x+y}$	$g_2(x,y) = \sin\sqrt{x^2+y^2}$	$h_2(x,y) = \dfrac{1}{(x\cdot y)^2+1}$
$f_3(x,y) = \mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{y}$	$g_3(x,y) = \sin x + \sin y$	$h_3(x,y) = \dfrac{1}{(x+y+1)^2}$

Aufgabe 2

Betrachtet werden die folgenden Funktionen $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$:

$$f(x,y) = y\cdot \mathrm{e}^{xy}, \qquad g(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}, \qquad h(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}.$$

a) Wie lauten die in Polarkoordinaten ausgedrückten Funktionsvorschriften?

b) Machen Sie sich mit Hilfe der partiellen Funktionen bzw. mit Hilfe der Polarkoordinaten-Ausdrücke ein Bild zu den Funktionsgrafen.

Aufgabe 3

Versuchen Sie, sich die Funktionsgrafen zu den durch die folgenden Ausdrücke in Polarkoordinaten gegebenen Funktionen als Flächen vorzustellen.

a) $f(r,\varphi) = \dfrac{1}{r}$,

b) $g(r,\varphi) = r\cdot\sin\varphi$,

c) $h(r,\varphi) = r\cdot\sin\dfrac{\varphi}{2}$, mit $\varphi\in[0,2\pi]$.

Aufgabe 4 (beispielhafte Klausuraufgabe, 8 Minuten)

Drücken Sie die Punkte

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad P_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

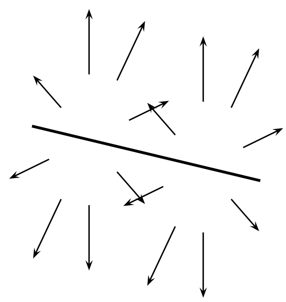
einerseits in Zylinderkoordinaten und andererseits in Kugelkoordinaten aus.

Aufgabe 5

Geben Sie verschiedene Parameterbereiche für Kugelkoordinaten r, φ und ϑ an, mit denen Sie Viertelkugeln (mit Radius 1) beschreiben können.

Wo liegen die Viertelkugeln?

Aufgabe 6



Das elektrische Feld eines langen geladenen Stabes ist radial vom Stab weg gerichtet und hat einen Betrag $\frac{c}{\text{Abstand zum Stab}}$ mit einer Konstanten c.

Geben Sie eine formelmäßige Beschreibung des Feldes in geeigneten Koordinaten an.

Aufgabe 7 (beispielhafte Klausuraufgabe, 8 Minuten)

Betrachtet wird das in (lokalen) Kugelkoordinaten gegebene Vektorfeld

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ \vec{F}(r, \varphi, \vartheta) \ = \ r \cdot \cos\varphi \cdot \vec{e}_r + r \cdot \sin\varphi \cdot \vec{e}_\varphi + \sin\vartheta \cdot \vec{e}_\vartheta .$$

Geben Sie den Funktionsvektor an der (in kartesischen Koordinaten gegebenen) Stelle $(x_0, y_0, z_0) = (0, 2, 0)$ einerseits in lokalen Kugelkoordinaten und andererseits in kartesischen Koordinaten an.

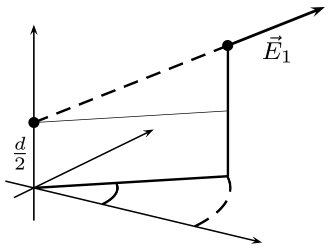
Aufgabe 8

Ziel der Aufgabe ist die Bestimmung des elektrischen Feldes eines Dipols mit entgegengesetzten Ladungen an den Stellen $(0,0,\frac{d}{2})$ und $(0,0,-\frac{d}{2})$.

Anleitung:

a) Das elektrische Feld einer Punktladung ist (abhängig vom Vorzeichen der Ladung) von der Ladung weg bzw. zu ihr hin gerichtet und hat den Betrag

$$\frac{c}{(\text{Abstand zur Ladung})^2}$$



mit einer Konstanten c.

Nutzen Sie dies, um herzuleiten, dass (in Zylinderkoordinaten und bzgl. der lokalen Koordinaten) das Feld $\vec{E}_1$ einer Punktladung in $(0,0,\frac{d}{2})$ an der durch ϱ, φ und z gegebenen Stelle beschrieben wird durch

$$\vec{E}_1 \;=\; \frac{c}{\left(\varrho^2 + (z-\frac{d}{2})^2\right)^{3/2}} \cdot \left(\varrho \cdot \vec{e}_\varrho + \left(z - \frac{d}{2}\right) \cdot \vec{e}_z\right).$$

b) Wie lautet das Feld $\vec{E}_2$ einer entgegengesetzt geladenen Punktladung in $(0,0,-\frac{d}{2})$?

c) Das Dipolfeld entsteht durch Überlagerung von $\vec{E}_1$ und $\vec{E}_2$:

$$\vec{E}_{\text{Dipol}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Nehmen Sie d als klein an und nutzen Sie eine lineare Näherung bzgl. d, um $\vec{E}_{\text{Dipol}}$ näherungsweise zu vereinfachen.