Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

WS 2025/26
27.11.2025

Übungsblatt 9-1 zur Vorlesung
Höhere Mathematik 1

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x}{1-x}$,

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cosh x - 1}{\cos x - 1}$,

c) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\ln \sqrt{x}}{\sqrt{\ln x}}$,

d) $\lim\limits_{x\to \infty} x \cdot \ln(1 + \frac{1}{x})$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(x^2) - 1}{x^3 \sin x}$

a) mit Hilfe der Potenzreihendarstellungen,

b) mit der Regel von de l'Hospital.

Aufgabe 3

Betrachtet werden die Grenzwerte

1) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$ und 2) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x + \sin x}{x}$.

a) Was ergibt sich bei der Anwendung der Regel von de L'Hospital?

b) Bestimmen Sie die Grenzwerte.

(Tipp zu 1): nutzen Sie die Definitionen von $\sinh x$ und $\cosh x$.)

Aufgabe 4

Was ergibt die Anwendung des Newton-Verfahrens auf die Funktion

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 3}$$

mit den Startwerten

a) $x_0 = 0.5$, b) $x_0 = 1$, c) $x_0 = 1.5$?

(Nutzen Sie einen Taschenrechner.) Skizzieren Sie die Situationen!

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen der Funktion

$$f(x) \;=\; x^3 - 3x + 1,$$

skizzieren Sie mit diesen Informationen den Funktionsgraf, und bestimmen Sie (mit Hilfe eines Taschenrechners) Näherungen für sämtliche Nullstellen mittels des Newton-Verfahrens.

Aufgabe 6 (Fortsetzung von Blatt 7-1, Aufgabe 8)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens ein a, das

$$25 \;=\; 2a \cdot \sinh \frac{10}{a}$$

erfüllt. Führen Sie dabei soviel Schritte durch, bis der Abstand zweier aufeinander folgender Iterationslösungen kleiner als 0.001 ist.

Vergleichen Sie die Anzahl der Schritte mit der beim Bisektionsverfahren (s. Blatt 7-1, Aufgabe 8).

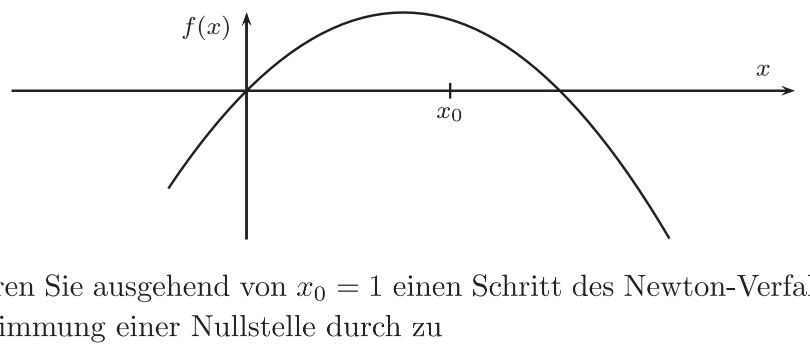
Aufgabe 7

a) Zeigen Sie, dass man nur Multiplikationen und Additionen benötigt, wenn man numerisch $x = \frac{1}{a}$ als Nullstelle der Funktion $f(x) = \frac{1}{x} - a$ gemäß des Newton-Verfahrens berechnet.

b) Zeigen Sie, dass die Rekursionsvorschrift $x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{c}{2x_n}$ (vgl. Blatt 5, Aufgabe 5, b)) der Newton-Iteration zur Bestimmung von $\sqrt{c}$ als Nullstelle von $f(x) = x^2 - c$ entspricht.

Aufgabe 8 (beispielhafte Klausuraufgabe, $4 + 4 = 8$ Minuten)

a) Skizzieren Sie näherungsweise die Lage von x_1 und x_2 bei Durchführung des Newton-Verfahrens zur Bestimmung einer Nullstelle der abgebildeten Funktion $f(x)$ ausgehend von x_0.



b) Führen Sie ausgehend von $x_0 = 1$ einen Schritt des Newton-Verfahrens zur Bestimmung einer Nullstelle durch zu

$$f(x) = x^3 - 4x + 2.$$