Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

WS 2024/25
10.10.2024

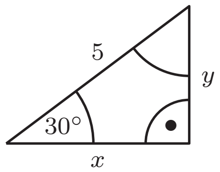
FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Übungsblatt 2-1 zur Vorlesung
Höhere Mathematik 1

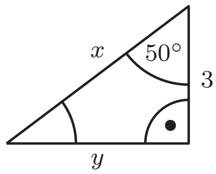
Aufgabe 1

Berechnen Sie die fehlenden Seitenlängen in den rechtwinkligen Dreiecken. (Die Zeichnungen sind nicht maßstabsgetreu. Nutzen Sie einen Taschenrechner.)

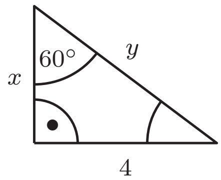
a)



b)



c)



Aufgabe 2

a) Wandeln Sie die Gradzahlen $90^\circ,\ 180^\circ,\ 45^\circ,\ 30^\circ,\ 270^\circ$ und 1° in Bogenmaß um und veranschaulichen Sie sich die Bogenmaße im Einheitskreis.

b) Wandeln Sie die folgenden Bogenmaß-Angaben in Gradzahlen um:

$$\pi, \quad 2\pi, \quad -\tfrac{\pi}{2}, \quad \tfrac{\pi}{6}, \quad \tfrac{\pi}{3}, \quad \tfrac{3}{4}\pi, \quad 1.$$

Aufgabe 3

Eine Kirchturmuhr besitze einen ca. 2 m langen Minutenzeiger. Welche Entfernung legt die Zeigerspitze in fünf Minuten zurück?

Stellen Sie einen Zusammenhang zum Bogenmaß her!

Aufgabe 4

Zeichnen Sie die Funktionsgrafen zur Sinus- und Cosinus-Funktion und markieren Sie darin die wichtigen Winkel und Werte.

Die Aufgaben entstammen meinem *Arbeitsbuch höhere Mathematik*, Springer-Verlag

Aufgabe 5

a) Veranschaulichen Sie sich die folgenden Beziehungen für $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ anhand der Definitionen der Winkelfunktionen im Einheitskreis:

1) $\sin(-x) = -\sin(x)$, 2) $\cos(-x) = \cos(x)$,

3) $\sin(\pi - x) = \sin(x)$, 4) $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$.

b) Verifizieren Sie die Beziehungen 3) und 4) sowie

5) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$, 6) $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$

mit Hilfe der Additionstheoreme.

c) Veranschaulichen Sie sich die Beziehungen 1) bis 6) an den Funktionsgrafen der Sinus- und Cosinus-Funktion.

Aufgabe 6

Nutzen Sie die Additionstheoreme, um zu zeigen, dass gilt:

a) $\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\big(\sin(x+y) + \sin(x-y)\big)$,

b) $\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}\big(\cos(x-y) - \cos(x+y)\big)$,

c) $\sin x + \sin y = 2\sin\dfrac{x+y}{2} \cdot \cos\dfrac{x-y}{2}$ (Tipp: verwenden Sie a)),

d) $\sin(3x) \;=\; \big(3 \cdot \cos^2 x - \sin^2 x\big) \cdot \sin x$.

Aufgabe 7

Sie sollen eine Uhr auf dem Bildschirm programmieren. Welche Koordinaten hat die n-te Minute ($n = 0, 1, \ldots, 59$) bei einer Uhr

a) mit Radius 1, bei der der Koordinatenursprung in der Mitte der Uhr liegt,

b) mit Radius 2, bei der der Koordinatenursprung in der Mitte der Uhr liegt,

c) mit Radius 1, bei der der Koordinatenursprung in der linken unteren Ecke liegt, d.h. bei der der Mittelpunkt der Uhr bei $(1, 1)$ liegt,

d) mit Radius r, bei der der Mittelpunkt der Uhr bei (a, b) liegt?

Aufgabe 8

a) Skizzieren Sie die Funktionen

$$f(x) = 3^x \qquad \text{und} \qquad g(x) = 2^{-x} = \left(\tfrac{1}{2}\right)^x .$$

b) Wie groß muss Ihr Papier sein, damit Sie bei 1 cm als Längeneinheit die Funktion f im Intervall $[-5; 5]$ bzw. im Intervall $[-10; 10]$ zeichnen können?

Aufgabe 9

a) Zeigen Sie: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

b) Gilt $\sinh(2x) = 2 \sinh x \cdot \cosh x$? (Beweis oder Gegenbeispiel!)

Aufgabe 10

Zwischen zwei 8m hohen Masten, die 20m weit auseinanderstehen, soll ein 25m langes Kabel gespannt werden.

Liegt das Kabel in der Mitte auf dem Boden?

Nutzen Sie dazu folgende Informationen:

> Ein hängendes Seil mit Scheitelpunkt bei $x = 0$ kann durch die Funktion $f(x) = a \cosh \frac{x}{a} + b$ mit Konstanten a, b beschrieben werden.
>
> Die Länge L des Funktionsgrafen zu f auf dem Intervall $[-x_0, x_0]$ beträgt $L = 2a \sinh \frac{x_0}{a}$.

Hinweis: Die Längenformel kann man nicht elementar nach a auflösen, so dass man zur Bestimmung von a aus L beispielsweise Werte mit Hilfe eines Taschenrechners o.Ä. ausprobieren muss.

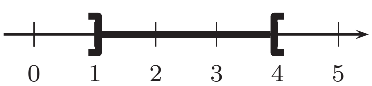
Für Interessierte: Berechnen Sie auf ähnliche Weise, um wieviel mehr eine Hochspannungsleitung im Sommer bei Hochlast gegenüber Winter und Nulllast (was insgesamt einer Temperaturdifferenz von 100 K ausmacht) durchhängt, wenn der Mastabstand 400m und die Masthöhe von 60m beträgt und die Leitung im Winter bei Nullast bis auf 30m durchhängt.
(Der Ausdehnungskoeffizient der Leitung beträgt ca. $10^{-5} K^{-1}$.)

Aufgabe 11

a) Markieren Sie auf der Zahlengerade, für welche x gilt

1) $|x - 6| < 0.3$, 2) $|x + 3| < 2$, 3) $|2 - x| \leq 3$.

b) Beschreiben Sie die skizzierten Intervalle mit Hilfe der Betrags-Funktion:

1) 

2) 

Aufgabe 12

Verifizieren Sie die Dreiecks-Ungleichung $|x + y| \leq |x| + |y|$ für alle Kombinationen von $x = \pm 2$ und $y = \pm 3$.

Wann gilt „=“, wann „<“?