

Übungsblatt 1-2 zur Vorlesung Höhere Mathematik 1

Aufgabe 1

Zerlegen Sie die folgenden Polynome soweit es geht in lineare und quadratische Faktoren

a) $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$, b) $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$,

c) $h(y) = -2y^3 - 8y^2 - 6y$, d) $g(a) = a^4 - a^2 - 12$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Vielfachheit der Nullstelle 2 des Polynoms

$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 16x - 16.$$

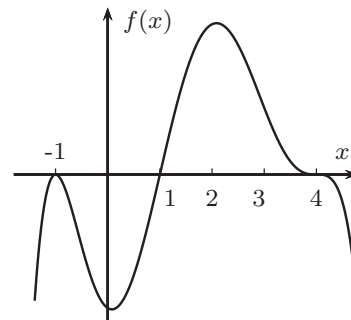
Aufgabe 3

Die in der Skizze dargestellte Funktion hat die Gestalt

$$f(x) = a \cdot (x + 1)^{p_1} (x - 1)^{p_2} (x - 4)^{p_3}$$

mit einem Vorfaktor a , der gleich plus oder minus Eins ist, und mit Exponenten p_k , die gleich 1, 2 oder 3 sind.

Wie lautet die korrekte Darstellung von f ?



Aufgabe 4

Skizzieren Sie die Funktionsgraphen zu

a) $f(x) = (x + 2)^2 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 3)$,

b) $f(x) = -x^3 + 2x^2$,

c) $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$,

d) $h(y) = -2y^3 - 8y^2 - 6y$.

Zu c) und d) vgl. Aufgabe 1.

Aufgabe 5

Skizzieren Sie die Funktionsgraphen zu

a) $f_1(x) = \frac{1}{x+2}$, b) $f_2(x) = -\frac{2}{x-3}$,
c) $g(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$, d) $h(x) = \frac{1}{x^5}$.

Aufgabe 6

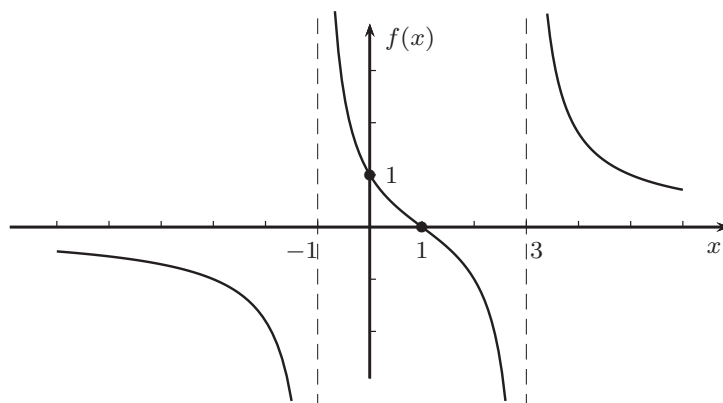
Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegungen zu

a) $f(x) = \frac{4x-3}{x^2+x-6}$, b) $g(x) = \frac{2x}{x^2-1}$, c) $h(x) = \frac{2x+3}{x^2+2x+1}$,
d) $f(x) = \frac{-2x^2-3}{x^3+x}$, e) $f(x) = \frac{1}{2x^2-2x-4}$.

Aufgabe 7

Welche gebrochen rationale Funktion f hat den unten dargestellten Funktionsgraphen?

(Hinweis: Die Pole sind einfach, und die markierten Punkte haben ganzzahlige Koordinatenwerte.)



Aufgabe 8

Wie lautet der *Ansatz* zur Partialbruchzerlegung von

$$f(x) = \frac{-2x^3 + 5x^2 - 6x - 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}?$$

Tipp: Zum Nennerpolynom vgl. Aufgabe 1, a).

Aufgabe 9 (beispielhafte Klausuraufgabe, 8 Minuten)

Führen Sie eine Partialbruchzerlegung von $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x-2}$ durch und skizzieren Sie den Funktionsgraph.