Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

WS 2023/24
09.11.2023

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Die Aufgaben entstammen meinem *Arbeitsbuch höhere Mathematik*, Springer-Verlag

Übungsblatt 6-2 zur Vorlesung Höhere Mathematik 1

Aufgabe 1

Gegeben sei die Potenzreihe $1 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{27}x^3 + - \ldots$.

a) Wie lautet der Koeffizient a_n vor x^n?

b) Welche Funktion wird durch die Reihe dargestellt?

(Tipp: geometrische Reihe)

Aufgabe 2

Berechnen Sie (mit Hilfe eines Taschenrechners) jeweils eine Näherung von $\mathrm{e} = \mathrm{e}^1$, von $\sqrt{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$ und von e^{j} (mit der imaginären Einheit j), indem Sie die Potenzreihendarstellung $\mathrm{e}^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\, x^n$ benutzen und dabei nur die ersten sechs Summanden berücksichtigen.

Welche Werte erhält man direkt mit dem Taschenrechner?

Aufgabe 3

Geben Sie die Koeffizienten a_0, a_1, a_2, a_3 und a_4 der Potenzreihenentwicklung $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ für die folgenden Funktionen an:

a) $f(x) = \sin x + \cos x$,
b) $f(x) = 2 \cdot \sin x$,
c) $f(x) = \sin(2x)$,
d) $f(x) = \sin(x^2)$,
e) $f(x) = \sin(x + 2)$,
f) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$.

Aufgabe 4 (Vgl. Blatt 4-2, Aufgabe 7b))

Zeigen Sie mittels der Potenzreihenentwicklung den folgenden Zusammenhang der trigonometrischen und der hyperbolischen Funktionen im Komplexen:

$$\cos(\mathrm{j}x) \;=\; \cosh x \qquad \text{und} \qquad \sin(\mathrm{j}x) \;=\; \mathrm{j}\cdot\sinh x.$$

Aufgabe 5

Bei einem See der Länge l (gemessen auf der Wasseroberfläche) erhält man für die Höhe h, die der See über der direkten Verbindung übersteht, und für die Differenz Δl eines schwimmenden Seils und der direkten Linie die folgenden Formeln (s. Blatt 3-1, Aufgabe 12):

$$h \;=\; R - R\cdot\cos\frac{l}{2R} \qquad \text{und} \qquad \Delta l \;=\; l - 2\cdot R\cdot\sin\frac{l}{2R}.$$

a) Nutzen Sie den Anfang der Potenzreihenentwicklungen, um Näherungen für h und Δl zu erhalten.

b) Vergleichen Sie die Näherungsergebnisse, die Sie bei a) mit $l = 50\,\mathrm{km}$ und $R = 6370\,\mathrm{km}$ erhalten, mit Ihren Ergebnissen von Blatt 3-1, Aufgabe 12.

c) Welche Werte erhalten Sie für einen $100\,\mathrm{m}$ langen See?