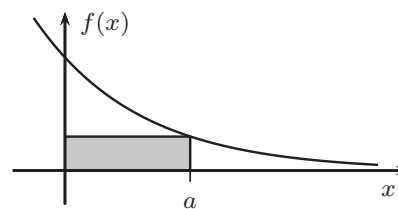


Übungsblatt 8-2 zur Vorlesung Höhere Mathematik 1

Aufgabe 1 (beispielhafte Klausuraufgabe, 8 Minuten)

Für welche Stelle $a \geq 0$ wird die Fläche des Rechtecks unter dem Grafen zur Funktion $f(x) = e^{-x}$ (s. Skizze) maximal?



Aufgabe 2 (beispielhafte Klausuraufgabe, 10 Minuten)

Es soll ein Verpackungskarton mit quadratischer Grundfläche für 1 Liter Milch hergestellt werden. Aus falt- und klebetechnischen Gründen benötigt man bei der Kartonherstellung jeweils doppelte Fläche für Deckel und Boden.

Wie müssen die Maße der Verpackung sein, damit der Materialverbrauch minimal ist?

Aufgabe 3

Bei einer n -maligen Messung einer Größe werden die Werte x_1, x_2, \dots, x_n gemessen, die auf Grund von Messfehlern und Störungen um den wahren Wert streuen.

Eine gute Näherung für den wahren Wert erhält man durch den Wert \bar{x} , für den die Summe der quadratischen Abweichungen minimal wird, d.h. für den Wert, der

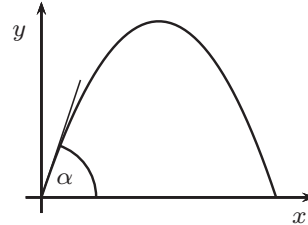
$$f(x) = \sum_{k=1}^n (x - x_k)^2$$

minimiert. Wie berechnet sich \bar{x} aus x_1, x_2, \dots, x_n ?

Aufgabe 4

Die Bahnkurve bei einem schrägen Wurf wird bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes beschrieben durch

$$y(x) = \tan \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \cdot x^2.$$



Dabei beschreibt v_0 die Abwurfgeschwindigkeit, α den Abwurfwinkel und g die Erdbeschleunigung ($g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$).

Für welchen Abwurfwinkel erreicht man die größte Weite?

Aufgabe 5

- a) Ein Automobilhersteller lässt sich Reifen zuliefern. Er braucht pro Jahr insgesamt R Reifen, die er sich in einzelnen Lieferungen mehrmals im Jahr anliefern lässt. Unabhängig vom Umfang ist eine Lieferung mit K_{fix} Kosten verbunden. Lässt er sich pro Lieferung n Reifen kommen, ist dadurch Geld gebunden, das finanziert werden muss. Die dadurch im Jahr entstehenden Kosten sind proportional zu n , also gleich $c \cdot n$ mit einer Konstanten c .

Was ist die optimale Liefergröße n , und welche Kosten entstehen insgesamt (in Abhängigkeit von K_{fix} und c)?

- b) Der Automobilhersteller hat 3 Reifenzwischenhändler, von denen er jeweils $\frac{R}{3}$ Reifen bezieht. Im Zuge der Just-in-Time-Anlieferung löst er sein Lager auf, so dass die Lagerung auf die drei Zwischenhändler abgeschoben wird. Diese kalkulieren für sich mit gleichen Liefer- und Lagerkosten.

Wie ändern sich dadurch die gesamten Liefer- und Lagerkosten?

(Vernachlässigen Sie bei den Rechnungen ggf. eigentlich nötige Rundungen.)

Aufgabe 6 (beispielhafte Klausuraufgabe, $8 + 4 + 4 = 16$ Minuten)

Es sei $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{e^x}{x}$.

- Berechnen Sie Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen von f .
- Geben Sie das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs und an der Definitionslücke an.
- Skizzieren Sie grob den Funktionsgraf von f auf Grund der Informationen aus a) und b).