

## Übungsblatt 1-2 zur Vorlesung Höhere Mathematik 1

### Aufgabe 1

Zerlegen Sie die folgenden Polynome soweit es geht in lineare und quadratische Faktoren

- a)  $f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ ,      b)  $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ ,  
c)  $h(y) = -2y^3 - 8y^2 - 6y$ ,      d)  $g(a) = a^4 - a^2 - 12$ .

### Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Vielfachheit der Nullstelle 2 des Polynoms

$$p(x) = x^4 - 4x^3 + 16x - 16.$$

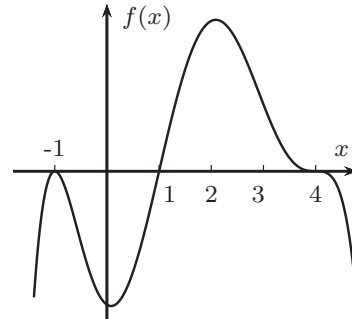
### Aufgabe 3

Die in der Skizze dargestellte Funktion hat die Gestalt

$$f(x) = a \cdot (x + 1)^{p_1} (x - 1)^{p_2} (x - 4)^{p_3}$$

mit einem Vorfaktor  $a$ , der gleich plus oder minus Eins ist, und mit Exponenten  $p_k$ , die gleich 1, 2 oder 3 sind.

Wie lautet die korrekte Darstellung von  $f$ ?



### Aufgabe 4

Skizzieren Sie die Funktionsgraphen zu

- a)  $f(x) = (x + 2)^2 \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 3)$ ,      b)  $f(x) = -x^3 + 2x^2$ ,  
c)  $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$ ,      d)  $h(y) = -2y^3 - 8y^2 - 6y$ .

Zu c) und d) vgl. Aufgabe 1.

### Aufgabe 5

Skizzieren Sie die Funktionsgrafen zu

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f_1(x) = \frac{1}{x+2}, & \text{b) } f_2(x) = -\frac{2}{x-3}, \\ \text{c) } g(x) = \frac{1}{(x-2)^2}, & \text{d) } h(x) = \frac{1}{x^5}. \end{array}$$

### Aufgabe 6

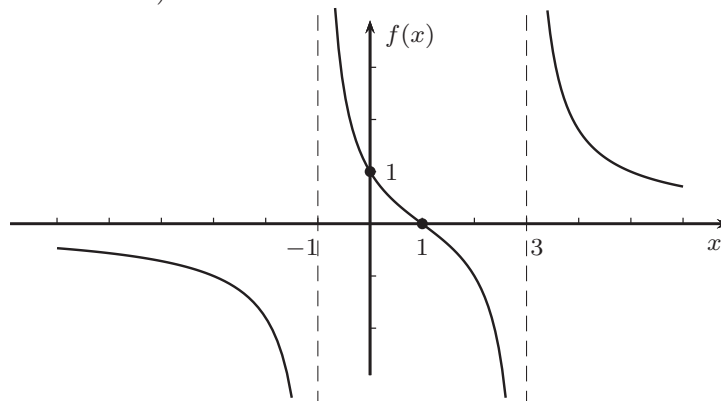
Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegungen zu

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{4x-3}{x^2+x-6}, & \text{b) } g(x) = \frac{2x}{x^2-1}, & \text{c) } h(x) = \frac{2x+3}{x^2+2x+1}, \\ \text{d) } f(x) = \frac{-2x^2-3}{x^3+x}, & \text{e) } f(x) = \frac{1}{2x^2-2x-4}. \end{array}$$

### Aufgabe 7

Welche gebrochen rationale Funktion  $f$  hat den unten dargestellten Funktionsgraphen?

(Hinweis: Die Pole sind einfach, und die markierten Punkte haben ganzzahlige Koordinatenwerte.)



### Aufgabe 8

Wie lautet der *Ansatz* zur Partialbruchzerlegung von

$$f(x) = \frac{-2x^3 + 5x^2 - 6x - 1}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}?$$

(Tipp: Zum Nennerpolynom vgl. Aufgabe 1, a).)

### Aufgabe 9 (beispielhafte Klausuraufgabe, 8 Minuten)

Führen Sie eine Partialbruchzerlegung von  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x-2}$  durch und skizzieren Sie den Funktionsgraf.