
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

30.03.2026

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 1

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *keinTaschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 6 Aufgaben (Aufgabe 1 - Aufgabe 6) in diesem Teil und alle 7 Aufgaben (Aufgabe 7 bis 13) im zweiten Teil in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

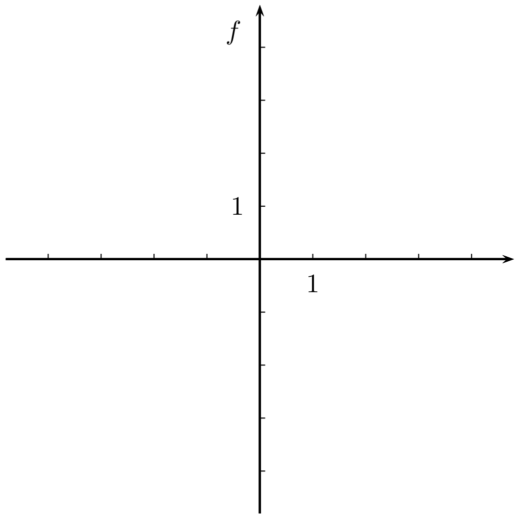
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ_1	Σ_2	B.	Σ
Max	8	12	6	9	8	16	59	65	6	124+6

Note:

Aufgabe 1 (8 Punkte)

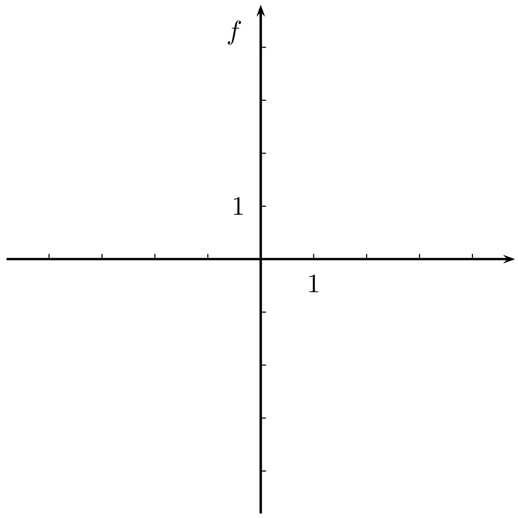
Skizzieren Sie die folgenden Funktionen jeweils in dem darüber stehenden Koordinatensystem:

a)



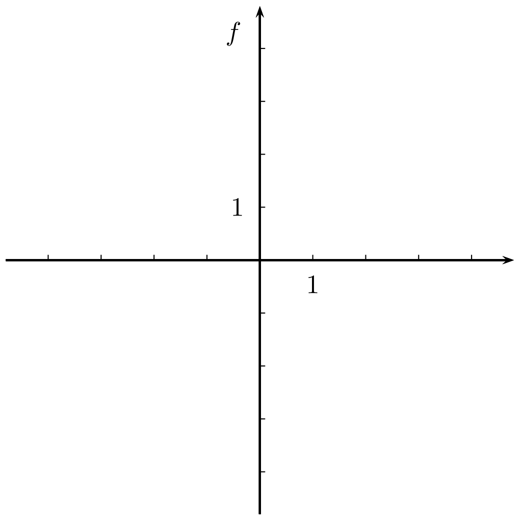
$$f(x) = (x-1)\cdot(x+2)^2$$

b)



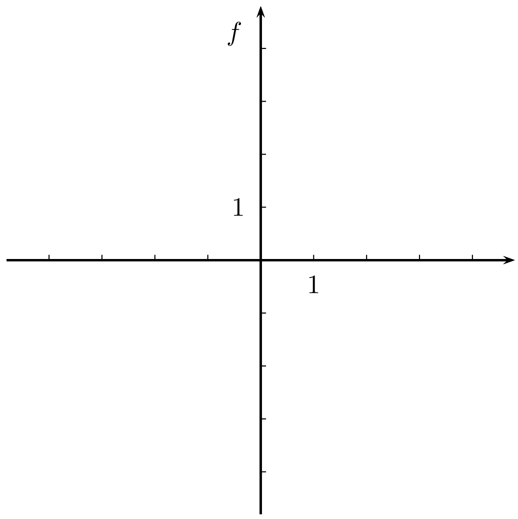
$$f(x) = \frac{1}{x+2} + 1$$

c)



$$f(x) = 3\cdot\sin\left(\tfrac{1}{2}x\right)$$

d)



$$f(x) = -\ln(x+2)$$

Aufgabe 2 (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Welche Symmetrien ergeben sich bei den angegebenen Funktionen g?

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

Ist $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine **ungerade** Funktion,	gerade	ungerade	im Allgemeinen keines von beiden	Enthaltung
so ist $g(x) = x^2 \cdot f(x)$				
so ist $g(x) = f(x^2)$				
so ist $g(x) = \big(f(x)\big)^2$				

Ist $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine **gerade** Funktion,	gerade	ungerade	im Allgemeinen keines von beiden	Enthaltung
so ist $g(x) = \mathrm{e}^x \cdot f(x)$				
so ist $g(x) = f(\mathrm{e}^x)$				
so ist $g(x) = \mathrm{e}^{f(x)}$				

Aufgabe 3 ($4 + 2 = 6$ Punkte)

Betrachtet wird die (unecht) gebrochen rationale Funktion

$$f(x) = \frac{6x^4 - 4x^3 + 2x + 4}{-2x^3 + x + 1}.$$

a) Stellen Sie die Funktion f als Summe eines Polynoms und einer echt gebrochen rationalen Funktion dar.

Tipp: Polynomdivision!

b) Geben Sie die folgenden Grenzwerte (in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$) an:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) =$$

Aufgabe 4 $(1 + 1 + 4 + 3 = 9$ Punkte)

a) Wie lautet die Polardarstellung von $z = -1 + \mathrm{j}$?

$$z =$$

b) Wie lautet die kartesische Darstellung von $z = 3 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}\mathrm{j}}$?

$$z =$$

c) Berechnen Sie zu $z_1 = 2 + \mathrm{j}$ und $z_2 = 3 - 2\mathrm{j}$

$$z_1 \cdot z_2 =$$

und

$$\frac{z_1}{z_2} =$$

d) Sei $z = 4 \cdot \mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}\mathrm{j}}$.

Geben Sie (jeweils in Polar-Koordinaten) z^2 und ein $w \in \mathbb{C}$ mit $w^2 = z$ an.

$$z^2 =$$

$$w =$$

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{falls } x \neq 0, \\ 1, & \text{falls } x = 0, \end{cases}$

und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $g(x) = \begin{cases} 2, & \text{falls } x < 0, \\ 3, & \text{falls } x = 0, \\ 4, & \text{falls } x > 0. \end{cases}$

Geben Sie, falls in $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ existent, den Wert der folgenden Grenzwerte an, bzw. notieren Sie „exisitert nicht“.

a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(g(x)) =$

b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(g(x)) =$

c) $\lim\limits_{x \to +\infty} g(f(x)) =$

d) $g(\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)) =$

e) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(f(x)) =$

f) $\lim\limits_{x \to 0+} f(g(x)) =$

g) $f(\lim\limits_{x \to 0+} g(x)) =$

h) $\lim\limits_{x \to 0+} g(f(x)) =$

Aufgabe 6 ($8+4+4=16$ Punkte)

Sei $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$.

a) Berechnen Sie die Art und Lage (inklusive des Funktionswerts) der lokalen Extremstellen von f und fertigen Sie anhand dieser Daten eine grobe Skizze des Funktionsgraphen an.

b) Wieviel Nullstellen hat f?

Geben Sie jeweils (mit Begründung) geeignete Startwerte für das Bisektionsverfahren zur Bestimmung dieser Nullstellen an.

Tipp: Sie können Ihre Informationen aus a) nutzen.

c) Geben Sie jeweils bzgl. der Entwicklungsstelle $x_0 = 1$

c1) das Taylorpolynom zweiten Grades $T_{2;1}$ und

c2) das Taylorpolynom vierten Grades $T_{4;1}$

in der üblichen Polynomschreibweise $(a_n x^n + \ldots + a_1 x + a_0)$ an.

(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

30.03.2026

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 2

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Aufgabe	7	8	9	10	11	12	13	Σ_2
Max	12	6	5	10	16	10	6	65
Ist								

Aufgabe 7 (6 + 6 = 12 Punkte)

Berechnen Sie

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos(2x) - 1}{\mathrm{e}^{x^2} - 1}$$

a) mit Hilfe der Potenzreihenentwicklungen,

b) mit Hilfe des Satzes von de L'Hospital.

Aufgabe 8 $(3 + 3 = 6$ Punkte$)$

Das Integral $\int_0^6 f(x)\,dx$ zur abgebildeten Funktion f (mit einer Minimalstelle bei 1.5 und einer Maximalstelle bei 5) soll durch eine Riemannsche Zwischensumme S zur Zerlegung

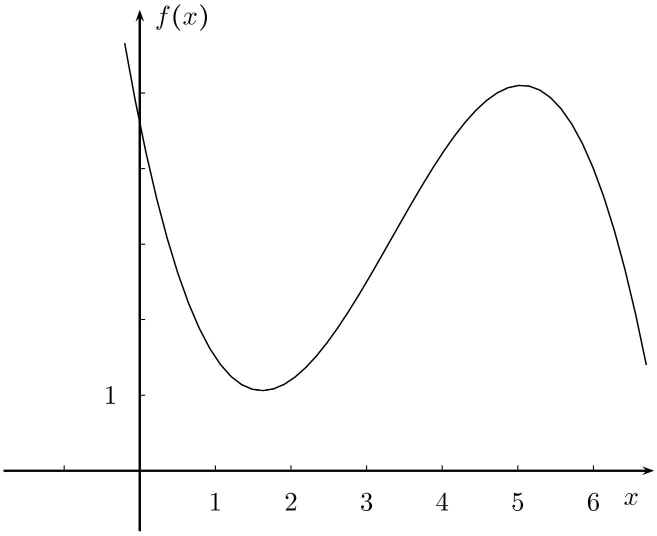
$$x_0 = 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 4, \quad x_4 = 6$$

angenähert werden.

a) Skizzieren Sie in dem Bild, wie sich die Riemannsche Zwischensumme S ergibt, wenn man als Zwischenstellen

$$\widehat{x_1} = 1, \quad \widehat{x_2} = 2.5, \quad \widehat{x_3} = 4, \quad \widehat{x_4} = 6$$

wählt. (Sie brauchen nur zu zeichnen, nicht zu rechnen.)



b) Welche Zwischenstellen $\widehat{x_1}$, $\widehat{x_2}$, $\widehat{x_3}$ und $\widehat{x_4}$ muss man wählen, damit die Riemannsche Zwischensumme S (bei gleicher Zerlegung) der Obersumme entspricht?

$\widehat{x_1}$ = $\qquad$ $\widehat{x_2}$ = $\qquad$ $\widehat{x_3}$ = $\qquad$ $\widehat{x_4}$ =

Aufgabe 9 (2 + 3 = 5 Punkte)

Bestimmen Sie

a) $\displaystyle\int \frac{1}{2x+4}\,\mathrm{d}x$,

b) $\displaystyle\int x^3 \cdot \sqrt{x^4 - 7}\,\mathrm{d}x$.

Aufgabe 10 $(2+2+2+4=10$ Punkte)

Gegeben sind die beiden Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

a) Geben Sie ein $\lambda \in \mathbb{R}$ an, so dass $\lambda \cdot \vec{a}$ die Länge 1 hat.

b) Geben Sie einen Vektor $\vec{c} \neq \vec{0}$ an, der senkrecht zu $\vec{a}$ und $\vec{b}$ steht.

c) Kann man $\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -3 \\ -4 \\ 7 \end{smallmatrix}\right)$ als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ darstellen?

Falls ja: Geben Sie eine entsprechende Linearkombination an.

Falls nein: Warum nicht?

d) Welchen Winkel φ schließen die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ein?

Aufgabe 11 (16 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Seien $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$, $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ und $\vec{c}$ feste Vektoren aus $\mathbb{R}^3$ ungleich dem Nullvektor.

Beschreiben die folgenden Mengen einen Punkt, eine Gerade oder eine Ebene?

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (2 Punkte) oder „Ent." für eine Enthaltung (1 Punkt) an. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

	Punkt	Gerade	Ebene	Ent.
$\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} \cdot \vec{n}_1 = 0 \text{ und } \vec{x} \cdot \vec{n}_2 = 0\}$, wobei $\vec{n}_1$ und $\vec{n}_2$ in die gleiche Richtung zeigen.				
$\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} \cdot \vec{n}_1 = 0 \text{ und } \vec{x} \cdot \vec{n}_2 = 0\}$, wobei $\vec{n}_1$ und $\vec{n}_2$ in verschiedene Richtungen zeigen.				
$\{\vec{x} = \vec{p} + \lambda\vec{v}_1 + \mu\vec{v}_2 \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$, wobei $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ in die gleiche Richtung zeigen.				
$\{\vec{x} = \vec{p} + \lambda\vec{v}_1 + \mu\vec{v}_2 \mid \lambda, \mu \in \mathbb{R}\}$, wobei $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ in verschiedene Richtungen zeigen.				
$\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{c} \times \vec{x} = \vec{0}\}$,				
$\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{c} \cdot \vec{x} = 0\}$,				
$\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{c} + \vec{x} = \vec{0}\}$,				
$\{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \vec{x} \cdot \vec{x} = 0\}$,				

Aufgabe 12 (3 + 3 + 4 = 10 Punkte)

Bei einer Redox-Reaktion zwischen zwei Stoffen A und B verwandelt sich pro Zeiteinheit ein bestimmter Prozentsatz $p_{A\to B}$ von Stoff A zu B und umgekehrt ein Prozentsatz $p_{B\to A}$ von B zu A.

Hier sei konkret $p_{A\to B} = 10\%$ und $p_{B\to A} = 30\%$.

a) Formulieren Sie mittels einer Matrix-Vektor-Multiplikation, wieviel Masse von A und B nach einer Zeiteinheit vorhanden sind, wenn zu Beginn von beiden Stoffen jeweils 300g vorhanden sind.

b) Mit welcher Matrix kann man den Massenübergang nach zwei Zeiteinheiten beschreiben?

c) Wie groß waren die Massen von A und B vor einer Zeiteinheit, wenn jetzt von beiden Stoffen jeweils 300g vorhanden sind?

Aufgabe 13 (2 + 4 = 6 Punkte)

Zu der symmetrischen Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & c \end{pmatrix}$$

mit einem Parameter $c \in \mathbb{R}$ wird die quadratische Form

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^T A x$$

betrachtet.

a) Geben Sie zu $x = \binom{x_1}{x_2}$ den Funktionswert $f(x) = f\binom{x_1}{x_2}$ in Koordinatenschreibweise an.

b) Bekanntlich heißt eine Matrix A positiv definit, wenn $x^T A x > 0$ für $x \neq 0$ gilt.

   b1) Zeigen Sie, dass A für $c = -1$ nicht positiv definit ist, indem Sie ein $x \neq 0$ mit $f(x) < 0$ angeben.

   b2) Für welche Parameterwerte c ist A positiv definit?

   Hinweis: Sie können (müssen aber nicht) nutzen, dass eine symmetrische Matrix genau dann positiv definit ist, wenn sämtliche Hauptunterdeterminanten positiv sind.