

--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik  
und Informationstechnik

16.09.2025

Prof. Georg Hoever

## Klausur zum Fach Mathematik 1 Teil 1

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *kein Taschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 6 Aufgaben (Aufgabe 1 - Aufgabe 6) in diesem Teil und alle 7 Aufgaben (Aufgabe 7 bis 13) im zweiten Teil in gut leserlichem Druck vorliegen.

\_\_\_\_\_

(Unterschrift)

*Viel Erfolg!*

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\Sigma_1$	$\Sigma_2$	B.	$\Sigma$
Max	9+9	8	12	8	8	10	64	61	6	125+6

Note:

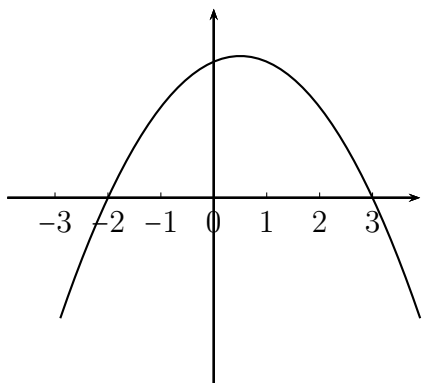
**Aufgabe 1** (18 Punkte, davon bis zu 9 Enthaltungspunkte)

Kreuzen Sie jeweils an, welche Funktion den nebenstehenden Funktionsgraf erzeugt.

(Die Skalierungen der  $y$ -Achse sind unterschiedlich.)

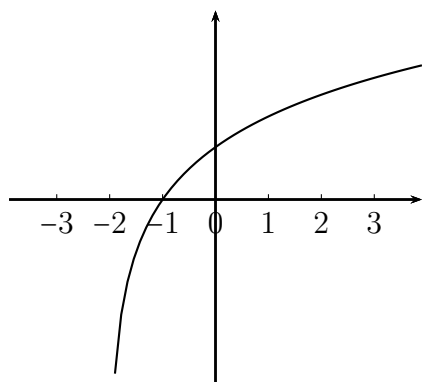
Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (3 Punkte) oder „Enthaltung“ (1,5 Punkt) an. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

a)



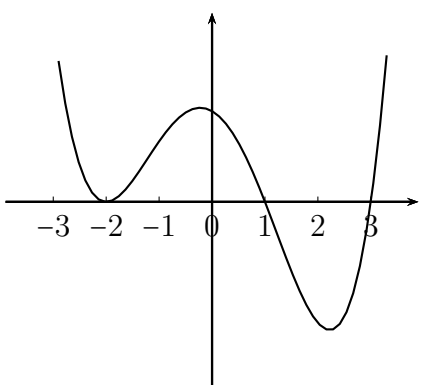
$f(x) = x^2 - x - 6$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = x^2 + x + 6$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = -x^2 - x - 6$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = -x^2 + x + 6$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>

b)



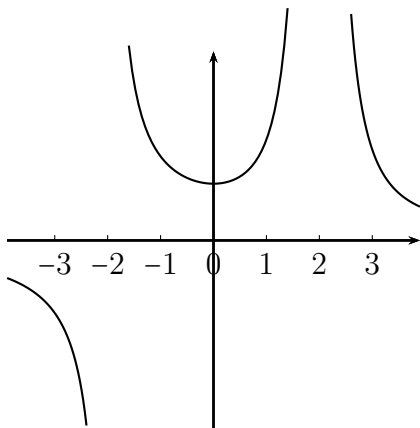
$f(x) = \ln(x - 2)$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = \ln(x) - 2$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = \ln(x + 2)$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = \ln(x) + 2$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>

c)



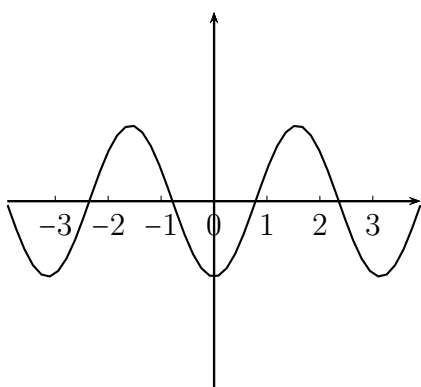
$f(x) = (x + 2)^2(x - 1)(x - 3)$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = (x + 2)(x - 1)^2(x - 3)$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = (x + 2)(x - 1)(x - 3)^2$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = (x + 2)^2(x - 1)(x - 3)^2$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>

d)



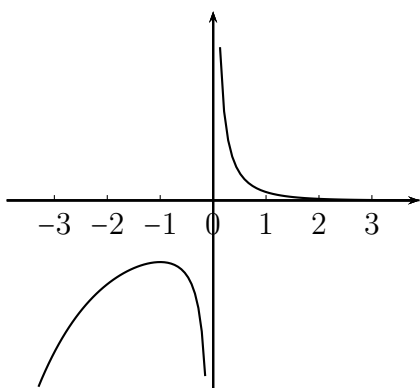
$f(x) = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}$	
$f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{x-2}$	
$f(x) = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{(x-2)^2}$	
$f(x) = \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x-2)^2}$	
Enthaltung	

e)



$f(x) = \cos(-2x)$	
$f(x) = -\cos(2x)$	
$f(x) = \cos(-\frac{1}{2}x)$	
$f(x) = -\cos(\frac{1}{2}x)$	
Enthaltung	

f)



$f(x) = x \cdot e^x$	
$f(x) = \frac{1}{x} \cdot e^x$	
$f(x) = x \cdot e^{-x}$	
$f(x) = \frac{1}{x} \cdot e^{-x}$	
Enthaltung	

**Aufgabe 2** ( $6 + 2 = 8$  Punkte)

Betrachtet wird eine Parabel, die ihren Scheitelpunkt bei  $x = 3$  hat, durch den Punkt  $(1, 4)$  führt und dort die Steigung 2 hat.

- a) Geben Sie eine Darstellung  $f(x)$  für die Parabel an.
- b) Wie lautet die Tangentengleichung  $T(x)$  für die Tangente an die Parabel im Punkt  $(1, 4)$ ?

**Aufgabe 3** (6 + 6 = 12 Punkte)

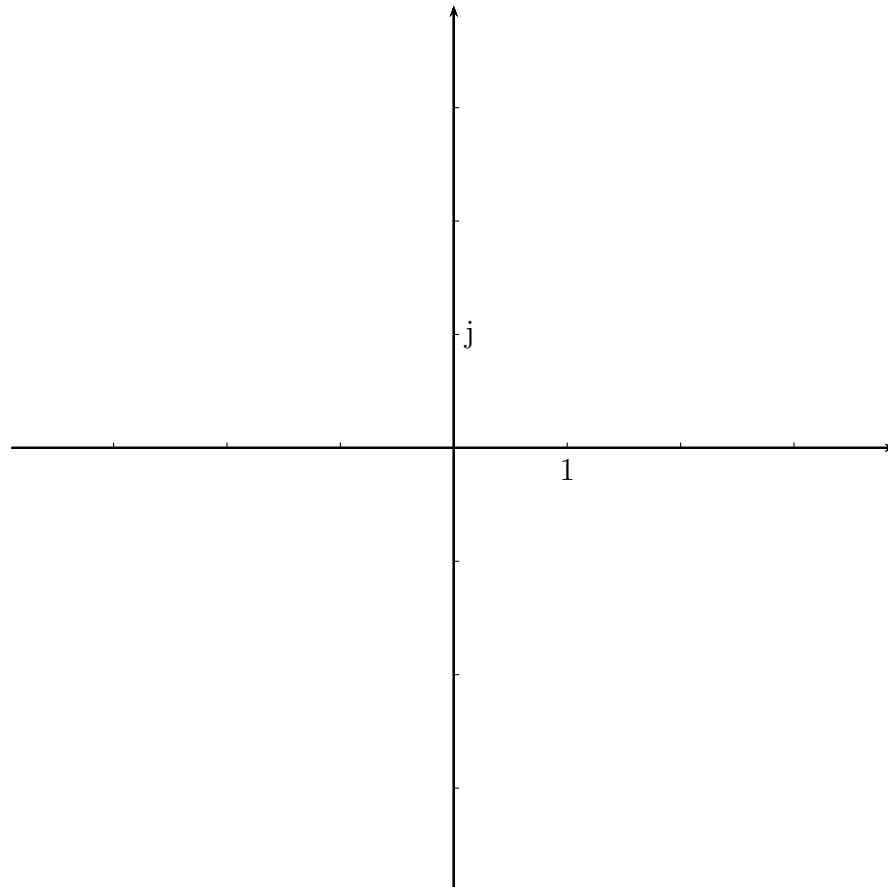
Betrachtet werden die folgenden drei Teilmengen von  $\mathbb{C}$ :

$$M_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 3\},$$

$$M_2 = \{z = r \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \mid r \in \mathbb{R}^{\geq 0}\},$$

$$M_3 = \{z = a + j \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

a) Zeichnen Sie  $M_1$ ,  $M_2$  und  $M_3$  in das Koordinatensystem ein.



b) Geben Sie die Elemente der Schnittmengen

$$M_1 \cap M_2, \quad M_1 \cap M_3 \quad \text{und} \quad M_2 \cap M_3$$

an (egal, ob in Polar- oder kartesischer Darstellung).

**Aufgabe 4** ( $6 + 2 = 8$  Punkte)

Auf einer Geburtstagsfeier mit vielen Gästen soll eine Torte verteilt werden. Damit jeder etwas bekommt, legt der Gastgeber fest, dass jeder, der sich bedient,  $\frac{1}{12}$  dessen, was noch an Torte da ist, nehmen soll.

- a) Sie  $R_n$  der Anteil der Torte, der noch übrig ist, nachdem sich der  $n$ -te Gast bedient hat. Geben Sie
- 1) eine rekursive Berechnungsvorschrift,
  - 2) eine direkte Berechnungsformel
- für  $R_n$  an.
- b) Nach wieviel Gästen ist nur noch die Hälfte der Torte übrig? Geben Sie dazu einen formelmäßigen Ausdruck an; Sie brauchen diesen nicht genau auszuwerten.

**Aufgabe 5** ( $4 \times 2 = 8$  Punkte)

Welchen Wert haben die folgenden Reihen?

(Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.)

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n} =$

b)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{3^n} =$

c)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} =$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{3n} - \frac{1}{3(n+1)} \right) =$

**Aufgabe 6** (4 + 6 = 10 Punkte)

Sei  $f(x) = x^3 + 3x^2 + cx$  mit einem Parameter  $c \in \mathbb{R}$ .

- a) Für welchen Parameterwert  $c$  ist  $x = 1$  lokale Extremstelle von  $f$ ?  
Ist es dann eine Maximal- oder eine Minimalstelle?
- b) Für welche Werte von  $c$  hat die Funktion  $f$  keine lokalen Extremstellen?

(Name)	(Vorname)	(Matrikelnummer)						

Fachbereich Elektrotechnik  
 und Informationstechnik  
 Prof. Georg Hoever

16.09.2025

## Klausur zum Fach Mathematik 1

### Teil 2

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Aufgabe	7	8	9	10	11	12	13	$\Sigma_2$
Max	6	8	11	6+6	8	8	8	61
Ist								

**Aufgabe 7** (6 Punkte)

Bestimmen Sie das dritte Taylorpolynom  $T_{3;2}$  an der Entwicklungsstelle  $x_0 = 2$  zu

$$f(x) = \ln x.$$

Sie brauchen die Darstellung des Polynoms nicht zu vereinfachen.

**Aufgabe 8** (8 Punkte)

Berechnen Sie eine Stammfunktion zu  $f(x) = e^x \cdot \cos(3x)$ .

Tipp: zweimalige partielle Integration.

**Aufgabe 9** (2 + 6 + 3 = 11 Punkte)

Sei  $V$  der Vektorraum aller linearen Funktionen  $f(x) = mx + b$  mit dem Skalarprodukt

$$\langle f, g \rangle := \int_0^1 f(x) \cdot g(x) \, dx.$$

Im Folgenden werden  $f, g \in V$  mit  $f(x) = x$  und  $g(x) = 2x + 1$  betrachtet.

- a) Stellen Sie  $h(x) = x + 3$  als Linearkombination von  $f$  und  $g$  dar.
- b) Berechnen Sie das Skalarprodukt von  $f$  und  $g$  sowie die Länge (bzgl. des Skalarprodukts) von  $g$ .
- c) Wie muss  $m \in \mathbb{R}$  gewählt werden, damit  $h(x) = mx + 1$  zu  $f$  orthogonal (bzgl. des Skalarprodukts) ist?

**Aufgabe 10** (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Welche der folgenden Aussagen gelten für alle  $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ ?

(„ $\times$ “ kennzeichnet dabei stets das Vektorprodukt; „ $\cdot$ “ kann in den verschiedenen üblichen Bedeutungen vorkommen; „0“ bezeichnet einerseits  $0 \in \mathbb{R}$  und andererseits  $0 \in \mathbb{R}^3$ .)

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

	gilt	gilt nicht	Enthalt.
$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$			
$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$			
$(\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{b} = (\vec{b} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{a}$			
$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{b})$			
$(\vec{a} \times \vec{a}) \cdot \vec{b} = 0$			
$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{b} = 0$			

**Aufgabe 11** (2 + 2 + 4 = 8 Punkte)

- a) Betrachtet wird die Gerade  $g_1$  im  $\mathbb{R}^2$ , die durch die Funktionsvorschrift

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

beschrieben wird.

Geben Sie eine vektorielle Darstellung von  $g_1$  an.

- b) Betrachtet wird die Gerade  $g_2$  im  $\mathbb{R}^2$ , die vektoriell durch

$$g_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

beschrieben wird.

- b1) Geben Sie eine funktionale Darstellung  $y = g_2(x)$  von  $g_2$  an.

- b2) Geben Sie zu  $g_2$  eine Normalendarstellung in der Form  $\{\vec{x} \mid \vec{x} \cdot \vec{n} = r\}$  an.

**Aufgabe 12** (8 Punkte)

Bekanntlich heißt eine Matrix  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  orthogonal genau dann, wenn  $A^T \cdot A = I$  gilt.

Füllen Sie die Felder so aus, dass die Matrix orthogonal ist und das Element  $a_{13}$  oben rechts positiv ist.

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \square \\ \frac{1}{3} & \square & \square \\ \square & \frac{1}{3} & \square \end{pmatrix}.$$

Tipp: Nutzen Sie aus, welche Eigenschaften die Spalten von  $A$  haben, wenn  $A$  orthogonal ist.

**Aufgabe 13** (8 Punkte)

Berechnen Sie

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 3 & -5 \\ 0 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$