
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

08.07.2025

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 1

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *kein Taschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 7 Aufgaben (Aufgabe 1 - Aufgabe 7) in diesem Teil und alle 7 Aufgaben (Aufgabe 8 bis 14) im zweiten Teil in gut leserlichem Druck vorliegen.

____

(Unterschrift)

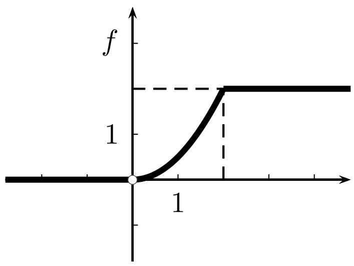
Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ_1	Σ_2	B.	Σ
Max	8	9	5	6+6	10	7	6	57	67	6	124+6

Note:

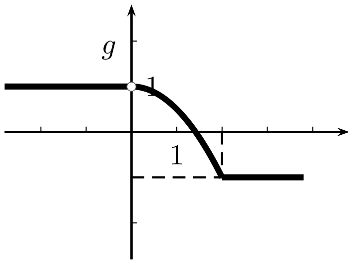
Aufgabe 1 ($2 + 3 + 3 = 8$ Punkte)

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ besitze den folgenden Funktionsgraf:



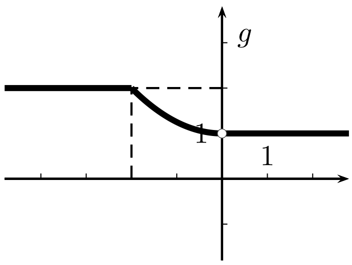
Wie lautet der funktionale Zusammenhang zwischen g und f bei folgenden Funktionsgrafen zu g? Notieren Sie die Formel neben die Bildern.

a)



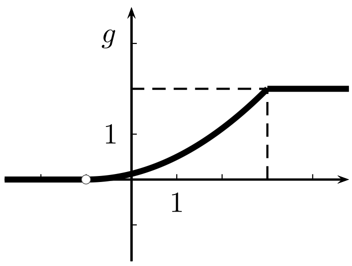
$g(x) =$

b)



$g(x) =$

c)



$g(x) =$

Aufgabe 2 (5 + 1 + 3 = 9 Punkte)

Zu einer differenzierbaren Funktion $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ sind die Werte an den folgenden Stützstellen gespeichert:

Stelle x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Wert $f(x)$	0.16	−0.12	0.21	0.61	0.33	−0.04

a) Zwischen den Stützstellen sollen die Funktionswerte durch eine Gerade approximiert werden.

  a1) Geben Sie eine Geradengleichung $g(x)$ für den Abschnitt $x \in [0.4\,,\,0.6]$ an.

  a2) Welche Approximation erhält man für $f(0.54)$?

b) Wieviel Nullstellen besitzt die Funktion f mindestens?

c) Geben Sie auf Basis der angegebenen Werte eine Abschätzung für die Ableitung $f'(0.7)$ an.

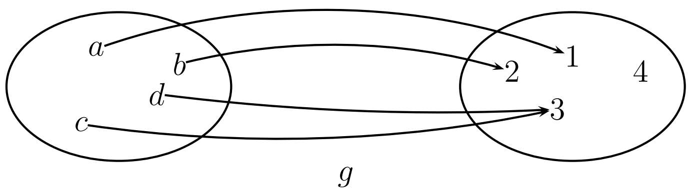
Aufgabe 3 (5 Punkte)

Für welches $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\log_3 \sqrt{x} - \log_3 \sqrt[3]{x} \;=\; \tfrac{1}{3} \;?$$

Aufgabe 4 (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Betrachtet wird zum Einen $f(x) = \sin x$ und zum Anderen die skizzierte Abbildung g



jeweils mit verschiedenen Definitions- und Zielbereichen.

Geben Sie jeweils an, ob diese Funktionen mit den jeweils angegebenen Definitions- und Zielbereichen injektiv bzw. surjektiv sind.

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (1 Punkt) oder „Enthaltung“ (0.5 Punkte) an. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

	injektiv			surjektiv		
	ja	nein	Enth.	ja	nein	Enth.
$f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$						
$f : [0, \frac{\pi}{2}] \to [0, 1]$						
$f : \mathbb{R} \to [-1, 1]$						
$g : \{a, b, c\} \to \{1, 2, 3, 4\}$						
$g : \{c, d\} \to \{2, 3\}$						
$g : \{d\} \to \{3\}$						

Aufgabe 5 (10 Punkte)

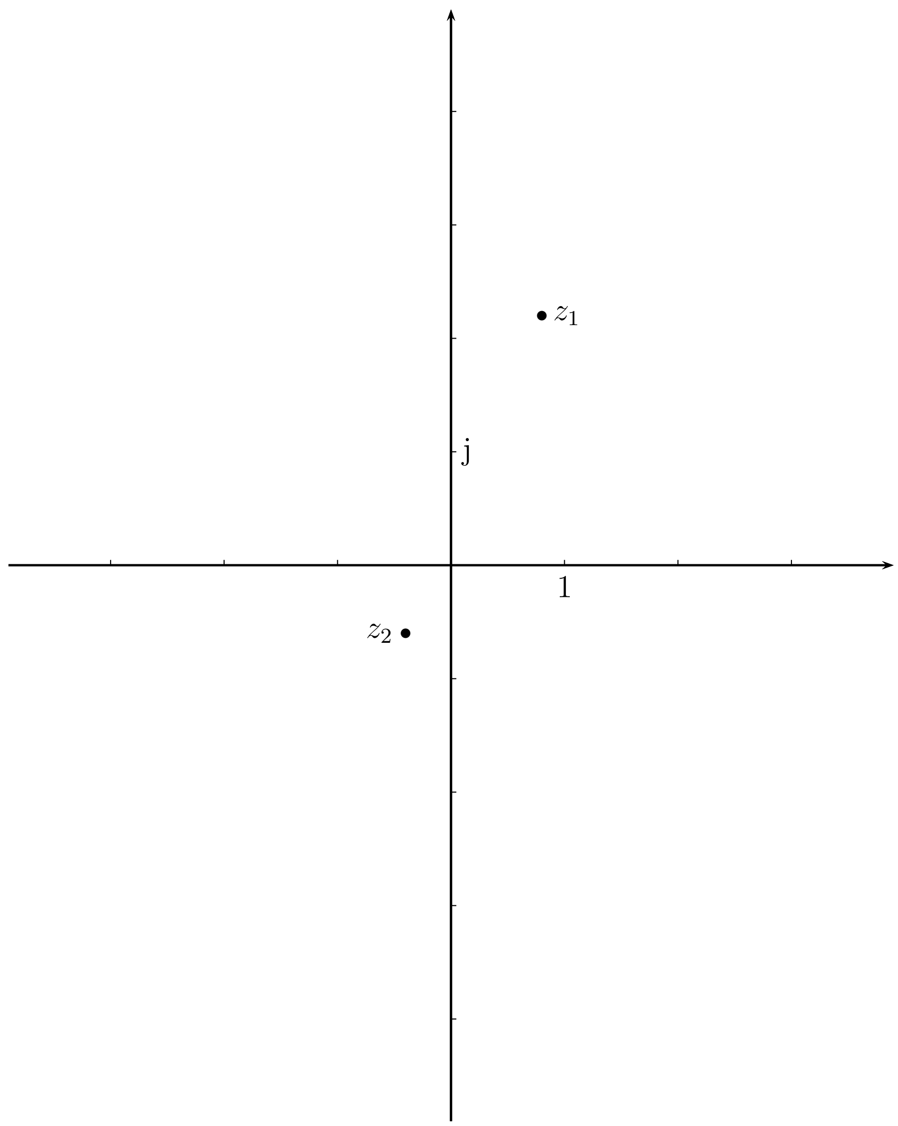
In der unten abgebildeten Gaußschen Zahlenebene sind zwei komplexe Zahlen z_1 und z_2 markiert.

Skizzieren Sie in dem Bild, wo ungefähr die folgenden Zahlen liegen:

$$w_1 = z_1^*, \quad w_2 = 2 \cdot z_1, \quad w_3 = \mathrm{j} \cdot z_1, \quad w_4 = z_1 + z_2, \quad w_5 = z_1 \cdot z_2,$$

$$w_6 = \frac{1}{z_1}, \quad w_7 = z_1^2, \quad \text{ein } w_8 \text{ mit } w_8^2 = z_1.$$

(Sie brauchen nicht zu rechnen.)



Aufgabe 6 (7 Punkte)

Betrachtet wird die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

1) $a_n = \dfrac{3n}{n+2}$,

2) $a_n = 1 + \dfrac{1}{2^n}$.

Bestimmen Sie jeweils $a = \lim\limits_{n\to\infty} a_n$ und geben Sie jeweils das kleinst-mögliche $N \in \mathbb{N}$ an, so dass für alle $n \geq N$ gilt

$$|a_n - a| < \frac{1}{1000}.$$

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Bestimmen Sie

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(2x) - 2x \cos x}{x^3}.$$

Tipp: Potenzreihenentwicklung!

(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

08.07.2025

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 2

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Aufgabe	8	9	10	11	12	13	14	Σ_2
Max	8	8	10	4	9	10	10+8	67
Ist								

Aufgabe 8 $(4 + 2 + 2 = 8$ Punkte)

Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung zu den folgenden Funktionen.

Beachten Sie, was jeweils die Variable ist; der Rest sind Parameter.

Vereinfachen Sie (falls möglich) die entstehenden Ausdrücke.

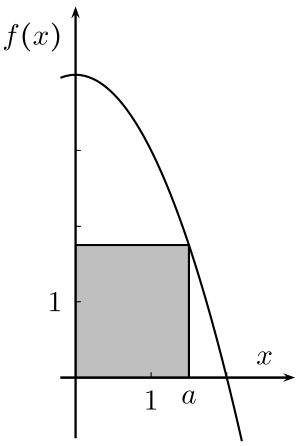
a) $f(x) = \dfrac{x + y}{(x + z)^2},$

b) $g(y) = \dfrac{x + y}{(x + z)^2}$

c) $h(z) = \dfrac{x + y}{(x + z)^2}.$

Aufgabe 9 (8 Punkte)

Für welche Stelle $a \in [0; 2]$ wird das Rechteck unter der Parabel



$$f(x) = 4 - x^2$$

flächenmäßig maximal (s. Skizze)?

Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 10 (2 + 2 + 2 + 4 = 10 Punkte)

Welchen Wert haben die folgenden Integrale?

a) $\displaystyle\int_{-1}^{2} (x^2 - 2)\,\mathrm{d}x$

b) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \sin^2 x\,\mathrm{d}x$

c) $\displaystyle\int_{0}^{1} \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$

d) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} x \cdot \sin x\,\mathrm{d}x$

Aufgabe 11 (4 Punkte)

Führen Sie bei dem Integral

$$\int_0^1 x \cdot \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$$

die Substitution $\mathrm{e}^x = u$ durch.

Das entstehende Integral brauchen Sie nicht weiter zu berechnen!

Aufgabe 12 (9 Punkte)

Wie kann $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von

$$\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v_3} = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

dargestellt werden?

Aufgabe 13 (4 + 6 = 10 Punkte)

Betrachtet wird im $\mathbb{R}^3$ die Gerade

$$g = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \,\middle|\, \lambda \in \mathbb{R} \right\}.$$

a) Welche Punkte auf g haben von dem Ortsvektor $\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{smallmatrix}\right)$ den Abstand 2?

b) Welcher Punkt P auf g hat den kleinsten Abstand zu $\left(\begin{smallmatrix} -1 \\ -4 \\ 4 \end{smallmatrix}\right)$?

Tipp: P können Sie beispielsweise mittels orthogonaler Verbindungsvektoren bestimmen.

Aufgabe 14 (18 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Ein Backwarenhersteller bietet Produkte $P_1, P_2, \ldots, P_n$ an und nutzt dazu Grundsubstanzen $G_1, G_2, \ldots, G_k$ $(k \neq n)$. Die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nk} \end{pmatrix}$$

beschreibt die Zusammensetzung der einzelnen Produkte: Für das Produkt P_i sind a_{i1} Einheiten von G_1, a_{i2} Einheiten von G_2 usw. nötig.

Die Preise der Grundprodukte sind im Vektor $p = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_k \end{pmatrix}$ zusammengefasst (p_i ist der Preis einer Einheit von G_i).

Der Hersteller möchte z_k mal das Produkt P_k herstellen, $z = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix}$.

a) Durch welchen Ausdruck lassen sich die entsprechenden Größen darstellen? Kreuzen Sie den richtigen Eintrag (3 Punkte) oder Enthaltung (1 Punkt) an.

	$A \cdot p$	$A^T \cdot p$	$A \cdot z$	$A^T \cdot z$	Enth.
Warenwert der einzelnen Produkte					
Einheiten der Grundsubstanzen für die gesamte Produktion					

b) Notieren Sie bei den folgenden Ausdrücken

- ✓, falls der Ausdruck den Gesamtpreis der Produktion angibt,
- o, falls man den Ausdruck zwar bilden kann, das Ergebnis aber nicht den Gesamtpreis der Produktion angibt,
- $\lightning$, falls man den Ausdruck gar nicht bilden kann,
- E, falls Sie sich enthalten wollen.

Jeder richtige Eintrag zählt 2 Punkte, Enthaltung 1 Punkt.

$(A \cdot z) \cdot p^T$	$(A \cdot p) \cdot z^T$	$(A \cdot z)^T \cdot p$	$(A \cdot p)^T \cdot z$	$p^T \cdot A \cdot z$	$z^T \cdot A \cdot p$

(Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.)