
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

17.03.2025

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 1

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *keinTaschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 7 Aufgaben (Aufgabe 1 - Aufgabe 7) in diesem Teil und alle 7 Aufgaben (Aufgabe 8 bis 14) im zweiten Teil in gut leserlichem Druck vorliegen.

____

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Hier die per Mail angekündigte rein statistische Frage. Die Beantwortung ist völlig freiwillig und hat keinerlei Auswirkungen auf die Notengebung zur Klausur:

> Hintergrund: Während Corona gab es zur Mathe 1 nur digitale Angebote; die Ergebnisse waren vergleichbar, vielleicht sogar ein bisschen besser, als in den Vorjahren. Im aktuellen Durchlauf gab es im Prinzip weiterhin sämtliche digitale Angebote und zusätzlich Präsenzangebote. Mich interessiert, wie viele von Ihnen weiterhin erfolgreich allein mit den digitalen Angeboten gelernt haben.

Frage: An wieviel Prozent der Präsenz-Plenumsveranstaltungen haben Sie teilgenommen (Prozentangabe zwischen 0 und 100%)? ______________

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ_1	Σ_2	B.	Σ
Max	5	10	9	9	7	11	10	61	63	6	124+6

Note:

Aufgabe 1 ($1 + 1.5 + 1 + 1.5 = 5$ Punkte)

Gegeben ist die Gerade g mit der Geradengleichung

$$g(x) \;=\; -\tfrac{1}{2}x + 3.$$

Geben Sie im folgenden jeweils eine Geradengleichung $h(x)$ an, so dass die Gerade h die genannte Eigenschaft besitzt.

Hinweis: Bei manchen Teilaufgaben ist h durch die Beschreibung nicht eindeutig festgelegt. Es reicht dann die Angabe *einer* Geradengleichung.

a) h ist parallel zu g und liegt oberhalb von g.

b) h ist parallel zu g und verläuft durch den Punkt $(2\,;4)$.

c) h und g sind orthogonal.

d) Für $x < 4$ liegt h oberhalb von g und für $x > 4$ unterhalb von g.

Aufgabe 2 (10 Punkte, davon bis zu 4 Enthaltungspunkte)

Markieren Sie den richtigen (gerundeten) Zahlenwert.

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (2.5 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

$\sqrt{6 \cdot 10^7} \approx$	
$2.45 \cdot 10^2$	
$7.75 \cdot 10^2$	
$2.45 \cdot 10^3$	
$7.75 \cdot 10^3$	
Enthalt.	

$\frac{1}{7 \cdot 10^4} \approx$	
$1.43 \cdot 10^4$	
$1.43 \cdot 10^{-3}$	
$1.43 \cdot 10^{-4}$	
$1.43 \cdot 10^{-5}$	
Enthalt.	

$\log_{10}(2 \cdot 10^8) \approx$	
1.208	
8.301	
16	
$3 \cdot 10^7$	
Enthalt.	

$2^{3^4} \approx$	
$4 \cdot 10^3$	
$2 \cdot 10^{12}$	
$4.2 \cdot 10^{18}$	
$2.4 \cdot 10^{24}$	
Enthalt.	

Aufgabe 3 ($4 + 5 = 9$ Punkte)

Zerlegen Sie die folgenden Polynome vollständig in (ggf. komplexe) Linearfaktoren.

a) $p(x) = 2x^4 - 6x^2 - 8$,

b) $q(x) = x^3 - 5x^2 + 7x + 13$ (Tipp: $x = -1$ ist Nullstelle von q).

Aufgabe 4 $(2 + 4 + 3 = 9$ Punkte)

a) Geben Sie eine kartesische Darstellung zu $z = 3 \cdot e^{\frac{\pi}{3}j}$ an:

$$z =$$

b) Berechnen Sie zu $z_1 = 1 - 2j$ und $z_2 = 3 + j$

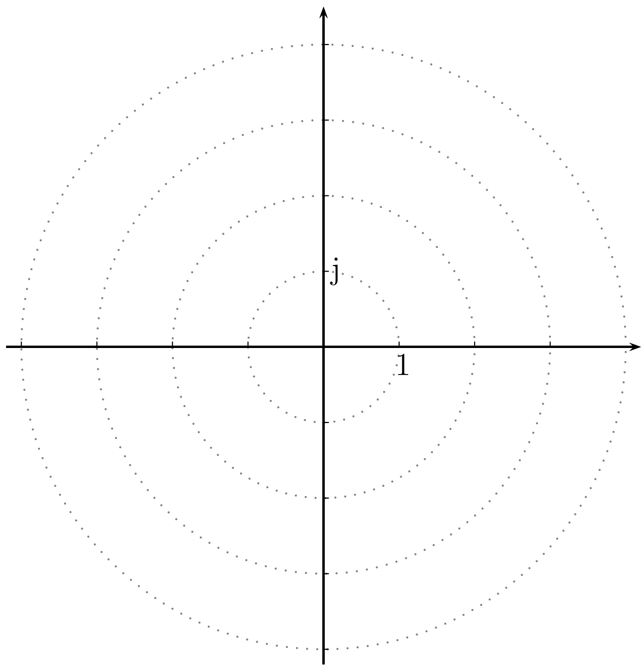
$$z_1 + z_2 =$$

$$z_1 \cdot z_2 =$$

$$\frac{z_1}{z_2} =$$

c) Skizzieren Sie im Koordinatensystem die ungefähre Lage *aller* Lösungen $w \in \mathbb{C}$, für die gilt

$$w^4 = -4 + j.$$



Aufgabe 5 ($7 \times 1 = 7$ Punkte)

Geben Sie den Wert (in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$) der folgenden Grenzwerte an.
(Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.)

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3+4n}{5n-2} =$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n+4)(3n+7)}{(5n+1)^2} =$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{1-n} =$

d) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{x} =$

e) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{x} =$

f) $\lim\limits_{x\to1+} \dfrac{2-3x}{x-1} =$

g) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3^x}{2^x} =$

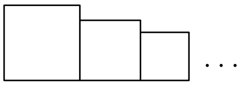
Aufgabe 6 (2 + 6 + 3 = 11 Punkte)

Ein Fabrikant für Holzspielzeug hat sich auf quadratische Holzplättchen spezialisiert. Die Dicke der Holzplättchen ist jeweils 1 mm. Nun will er einen „unendlichen Baukasten“ herstellen, der jeweils ein Plättchen mit der Kantenlänge

$$1\,\text{dm}, \quad 0.8\,\text{dm}, \quad 0.8^2\,\text{dm}, \quad 0.8^3\,\text{dm}, \ldots$$

enthält.

a) Auf welche Länge kommt man, wenn man alle Holzplättchen nebeneinander aufreiht (s. Skizze)?



b) Was ist das Gesamtvolumen aller Plättchen?

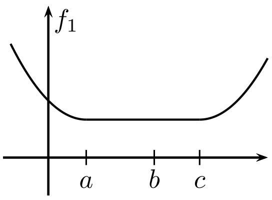
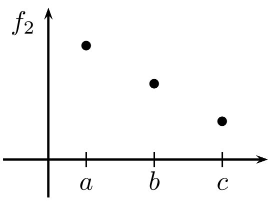
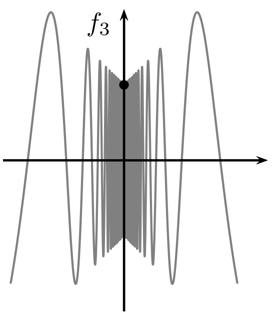
c) Der Fertigungsleiter überzeugt den Fabrikanten, doch nur solche Plättchen zu nehmen, die eine Kantenlänge größer als 1 mm haben. Wieviel Plättchen sind das? (Ein formelmäßiger Ausdruck reicht.)

Aufgabe 7 (10 Punkte, davon bis zu 5 Enthaltungspunkte)

Bekanntlich ist zu einer Funktion $f : D \to \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}$, die Stelle $x_0 \in D$ eine *lokale Minimalstelle* bzw. *Maximalstelle* genau dann, wenn es eine Umgebung $U_\varepsilon(x_0)$ gibt, so dass für alle $x \in U_\varepsilon(x_0) \cap D$ gilt $f(x) \geq f(x_0)$ bzw. $f(x) \leq f(x_0)$.

Sind die im Folgenden dargestellten Stellen jeweils lokale Minimal- oder Maximalstellen der entsprechenden Funktionen? Kreuzen Sie die richtige Antwort (1 Punkt) oder Enthaltung (0,5 Punkte) an.

Hinweis: Unterhalb der Tabelle gibt es exakte Angaben zu den abgebildeten Funktionen.

		ja	nein	Enth.
	a ist lok. Min.stelle			
	a ist lok. Max.stelle			
	b ist lok. Min.stelle			
	b ist lok. Max.stelle			
	a ist lok. Min.stelle			
	a ist lok. Max.stelle			
	b ist lok. Min.stelle			
	b ist lok. Max.stelle			
	0 ist lok. Min.stelle			
	0 ist lok. Max.stelle			

- Die Funktion f_1 ist stetig, für $x < a$ streng monoton fallend, in $[a, c]$ konstant und für $x > c$ streng monoton wachsend.
- Die Funktion f_2 hat als Definitionsgebiet nur die drei Stellen a, b und c.
- Für $x \neq 0$ ist $f_3(x) = (1 + |x|) \cdot \cos \frac{6}{x}$ und $f_3(0) = 1$.

(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

17.03.2025

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 2

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Aufgabe	8	9	10	11	12	13	14	Σ_2
Max	6	10	6	6	15	8	12	63
Ist								

Aufgabe 8 ($3 + 3 = 6$ Punkte)

Geben Sie jeweils die 2025te-Ableitung $f^{(2025)}$ an zu

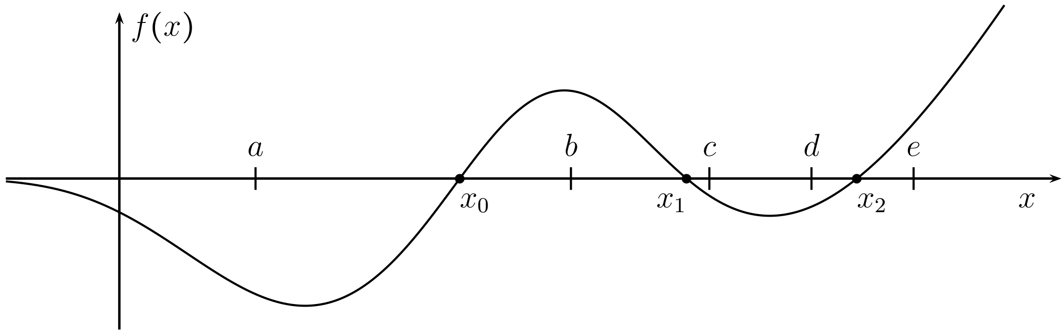
a) $f(x) = \sin(2x)$,

b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

Aufgabe 9 (10 Punkte, davon bis zu 5 Enthaltungspunkte)

Konvergiert das Newton-Verfahren zur abgebildeten Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ bei dem entsprechenden Startwert, und wenn ja, gegen welchen Wert?

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.



Hinweise:

- Die Stelle b liegt ein bisschen rechts von der Maximalstelle.
- Für negative x verläuft $f(x)$ wie $-e^x$.
- Für $x > e$ ist f linksgekrümmt und monoton wachsend.

Start-wert	konvergiert gegen			konv. nicht	Enth.
	x_0	x_1	x_2		
a					
b					
c					
d					
e					

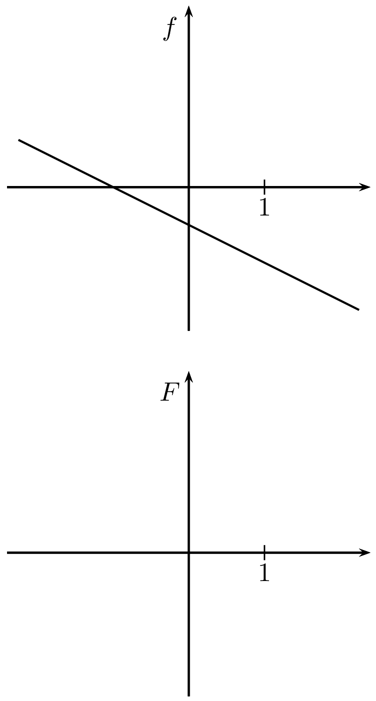
Aufgabe 10 ($3 \times 2 = 6$ Punkte)

Skizzieren Sie in den unteren Koordinatensystemen jeweils die Flächenfunktion

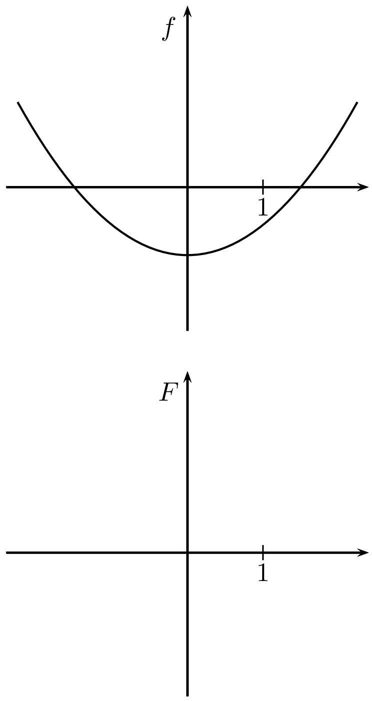
$$F(x) = \int_1^x f(t)\,\mathrm{d}t$$

zu der oben abgebildeten Funktion. (Sie brauchen nicht zu rechnen.)

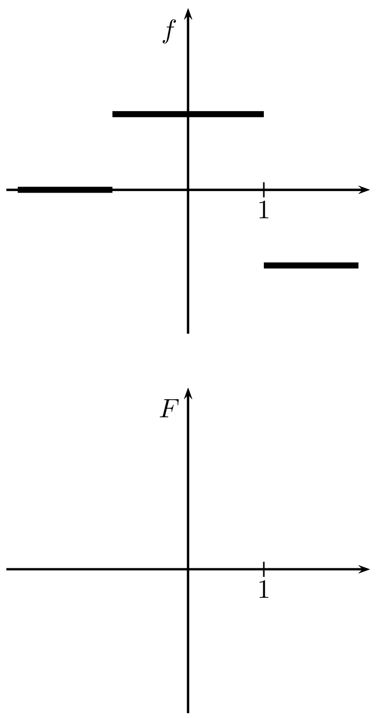
a)



b)



c)



Aufgabe 11 (2 + 4 = 6 Punkte)

Geben Sie jeweils eine Stammfunktion an zu

a) $f(x) = (7x+2)^4$,

b) $f(x) = x \cdot \sin(4x)$.

Aufgabe 12 (6 + 9 = 15 Punkte)

Betrachtet werden zwei Flugzeuge, die sich zur Zeit t an den Stellen

$$f_1(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad f_2(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

befinden.

a) Schneiden sich die beiden durch die Flugbahnen beschriebenen Geraden?

   (Begründen Sie Ihre Aussage!)

b) Nutzen Sie Methoden der Differenzialrechnung, um zu berechen zu welcher Zeit die beiden Flugzeuge den kleinsten Abstand zueinander haben.

Aufgabe 13 (8 Punkte)

Geben Sie sämtliche Lösungen an zum Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & & & = & -1 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & + & 3x_4 & = & 4 \\ -x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & = & 2 \end{array}$$

Aufgabe 14 (12 Punkte)

Geben Sie rechts Werte für die Parameter an, so dass die Gleichungen links stimmen!

Falls es mehrere entsprechende Werte gibt, reicht einer.

Hinweise:

- Sie können davon ausgehen, dass es jeweils mindestens einen passenden Parameterwert gibt.
- Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.
  Wenn Sie auf dem Blatt rechts leserlich Herleitungen notieren, können Sie aber ggf. auch Teilpunkte bekommen, wenn Ihr Ergebnis falsch ist.

a)	$\begin{pmatrix} a \\ 3 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$a =$
b)	$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ a \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}$	$a =$ $b =$
c)	$\left\lVert \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\rVert = 1$	$\lambda =$
d)	$\begin{pmatrix} a & b \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c & d \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$	$a =$ $b =$ $c =$ $d =$
e)	$\begin{pmatrix} 2 & -6 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 1 & c & 1 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix}$	$a =$ $b =$ $c =$
f)	$\det \begin{pmatrix} a & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = -1$	$a =$