

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

11.07.2023

Prof. Georg Hoever

Klausur zum Fach Mathematik 1 Teil 1

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *kein Taschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 17.07. statt.

Ggf. nötige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 20./21.07. statt.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 6 Aufgaben (Aufgabe 1 - Aufgabe 6) in diesem Teil und alle 6 Aufgaben (Aufgabe 7 bis 12) im zweiten Teil in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

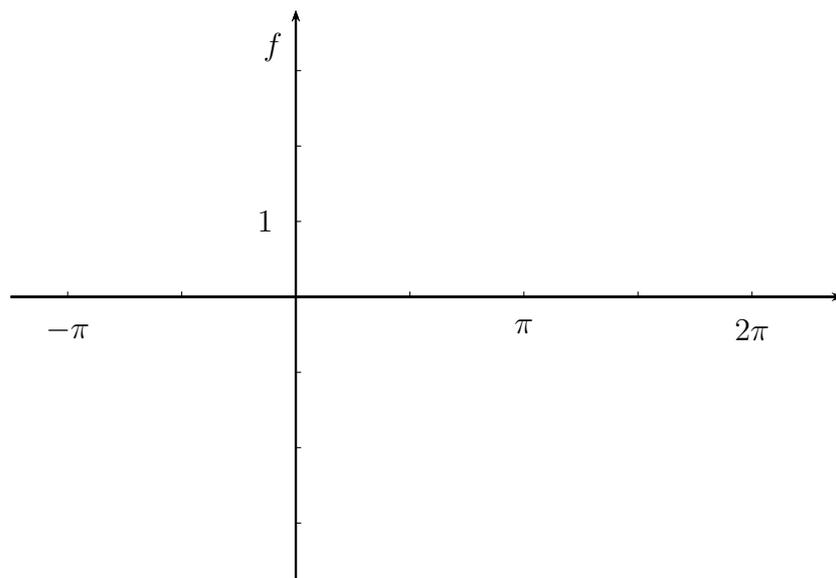
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ_1	Σ_2	B.	Σ
Max	10	16	12	6	13	8	65	53	6	118+6

Note:

Aufgabe 1 (5 + 5 = 10 Punkte)

a) Sei $f(x) = 2 \cdot \cos(x - \frac{\pi}{3})$.

a1) Skizzieren Sie f in dem abgedruckten Koordinatensystem



a2) Für welche c, d gilt die Darstellung

$$f(x) = c \cdot \cos x + d \cdot \sin x?$$

b) Geben Sie ein r und φ an, so dass

$$r \cdot \cos(x - \varphi) = -2 \cdot \cos x + 3 \cdot \sin x$$

ist.

Hinweis: Es reicht eine Angabe, in der noch ein arcsin, arccos, arctan oder Ähnliches vorkommt.

Tipp: Ggf. hilft eine Vorstellung im Kreis.

Aufgabe 2 (16 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Sind die folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gerade, ungerade oder nicht symmetrisch?

Kreuzen Sie den richtigen Eintrag oder „Enthaltung“ an.

Jeder richtige Eintrag zählt 2 Punkte, „Enthaltung“ 1 Punkt. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

	gerade	ungerade	nicht sym.	Enth.
$f(x) = (x^2 + 2x - 1)^4$				
$f(x) = \frac{x^3 + x}{x^4 + 2x^2 + 3}$				
$f(x) = e^{-x^2}$				
$f(x) = (e^{-x})^2$				
$f(x) = x \cdot e^{-x^2}$				
$f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$				
$f(x) = \sin x \cdot \cos x$				
$f(x) = \sin^4 x \cdot \cos^3 x$				

Aufgabe 3 (4 + 8 = 12 Punkte)

- a) Markieren Sie die richtige alternative Darstellung (gerundet) der folgenden komplexen Zahlen. (Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen)

$-3 + 2j =$	
$3.74 \cdot e^{-0.85j}$	
$3.74 \cdot e^{1.15j}$	
$3.74 \cdot e^{2.55j}$	
$5 \cdot e^{-0.85j}$	
$5 \cdot e^{1.15j}$	
$5 \cdot e^{2.55j}$	

$2 \cdot e^{3j} =$	
$2 + 3j$	
$-2j$	
-8	
$-1.98 + 0.28j$	
$1.92 - 0.56j$	
$0.28 + 1.92j$	

- b) Geben Sie die (komplexen) Nullstellen von

$$p(z) = z^2 + (4 + 2j)z + (3 + 2j)$$

in der Form $a + bj$ an.

(Tipp: pq - oder abc -Formel.)

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Geben Sie den Wert (in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$) der folgenden Grenzwerte an.
(Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.)

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{(1 + 2n)^2} =$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^2}{1 + n} =$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n^4} =$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\ln x} =$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-e^x} =$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-e^x} =$

Aufgabe 5 (5 + 8 = 13 Punkte)

Berechnen Sie den Anfang der Potenzreihe bis inklusive des x^3 -Ausdrucks zu der Funktion

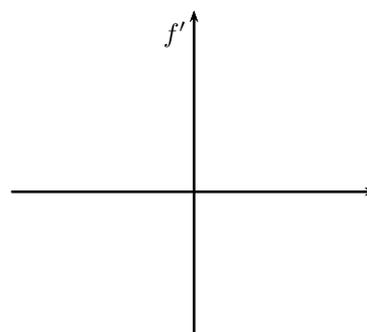
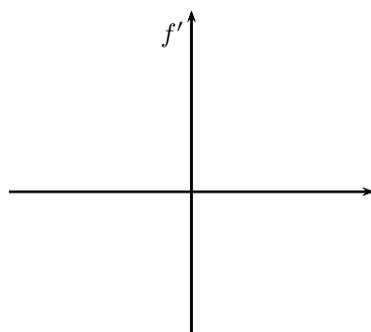
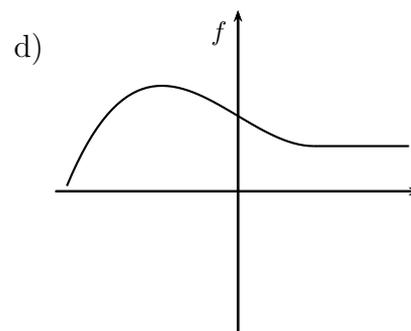
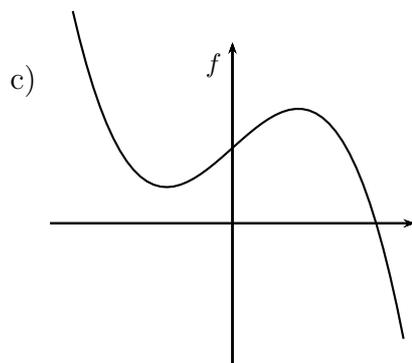
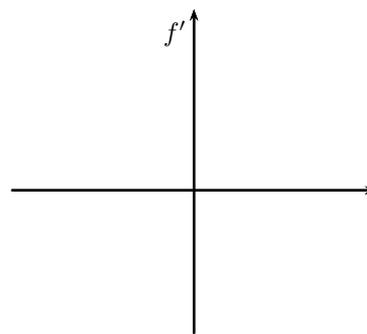
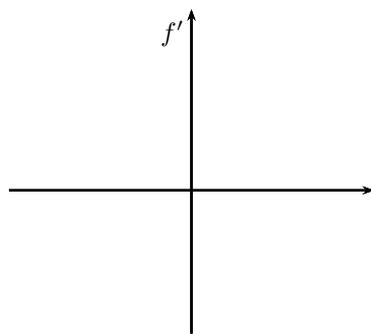
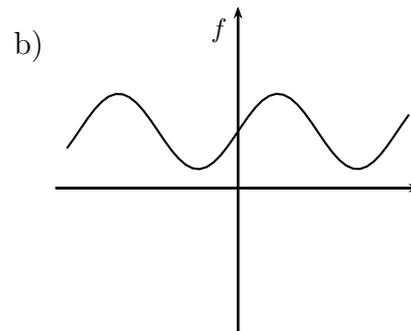
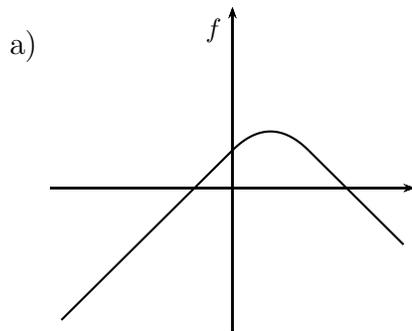
$$f(x) = e^{2x} \cdot \cos x$$

auf zwei verschiedene Arten:

- a) indem Sie die Anfänge der Potenzreihenentwicklungen von e^{2x} und $\cos x$ miteinander multiplizieren,
- b) mit Hilfe der Taylor-Entwicklung von f .

Aufgabe 6 ($4 \times 2 = 8$ Punkte)

Skizzieren Sie in den unteren Koordinatensystemen jeweils die Ableitung zu der oben abgebildeten Funktion.



--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

11.07.2023

Prof. Georg Hoever

Klausur zum Fach Mathematik 1 Teil 2

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Aufgabe	7	8	9	10	11	12	Σ_2
Max	8	12	12	6	7	8	53
Ist							

Aufgabe 7 (4 + 4 = 8 Punkte)

Bestimmen Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen und vereinfachen Sie die Ausdrücke. (Beachten Sie, was die Variable ist; der Rest sind Parameter.)

a) $f(x) = \frac{c + x}{(c + 3x)^2},$

b) $g(b) = \ln \sqrt{a \cdot b}.$

Aufgabe 8 (8 + 4 = 12 Punkte)

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a1) $\int_{-1}^2 (x^2 + 3x - 1) dx,$

a2) $\int_0^2 x \cdot (x - 1)^6 dx,$

b) Führen Sie bei dem Integral

$$\int_0^1 \sqrt{1 + e^x} dx$$

die Substitutionen $e^x = u$ durch.

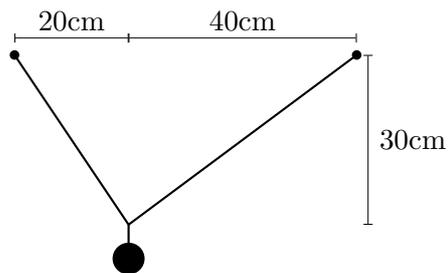
Das entstehende Integral brauchen Sie nicht weiter zu berechnen!

Aufgabe 9 (12 Punkte)

Ein Gewicht mit (betragsmäßiger) Gewichtskraft 1N ist wie abgebildet an Fäden aufgehängt.

- a) Wie groß sind die (Zug-)Kräfte in den Fäden?

Anleitung: Die nach unten gerichtete Gewichtskraft muss dargestellt werden als Linearkombination von in Richtung der Fäden gerichteten Kraftvektoren.



- b) Zur Aufhängung will man rechts und links Fäden nutzen, die bei einer Belastung größer als $\frac{2}{3}$ N reißen. Reicht das? Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 10 (6 Punkte)

Für welche Parameter $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ stellen

$$g_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} b \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{und} \quad g_2 = \left\{ \begin{pmatrix} c \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ d \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

die gleiche Gerade dar?

$$a = \qquad b = \qquad c = \qquad d =$$

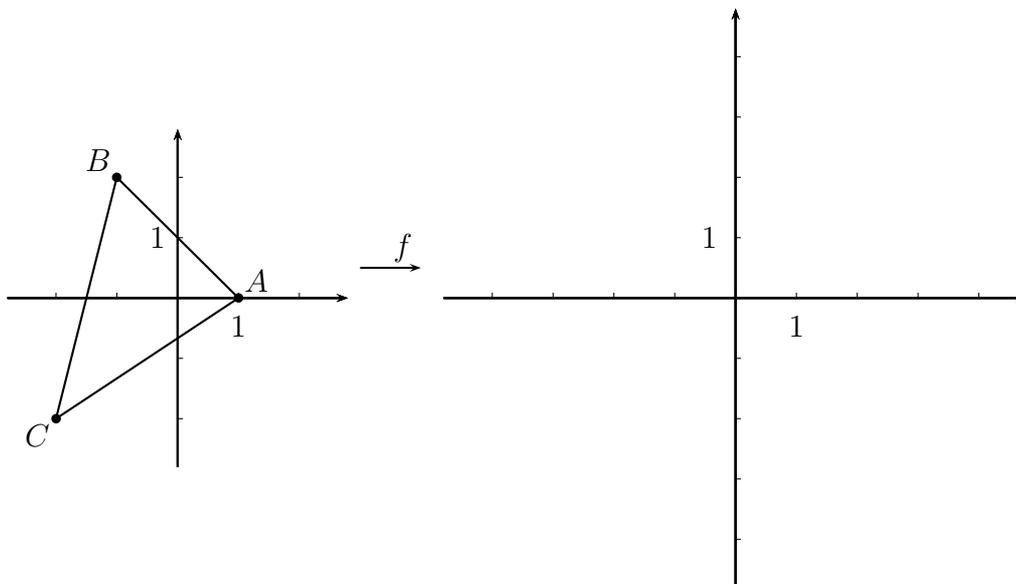
Aufgabe 11 (4 + 3 = 7 Punkte)

a) Betrachtet wird die Abbildung

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot x,$$

die jedem Punkt $x \in \mathbb{R}^2$ der Ebene einen Punkt $f(x) \in \mathbb{R}^2$ zuordnet.

Wie wird bei dieser Abbildung das dargestellte Dreieck abgebildet? Zeichnen Sie das Bild in das rechte Koordinatensystem.



b) Betrachtet wird neben der Abbildung f aus a) die Abbildung

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(x) = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot x.$$

Geben Sie eine Matrix M an, so dass die Verkettung $h := g \circ f$ dargestellt werden kann als $h(x) = M \cdot x$.

Aufgabe 12 (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge L des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x_1 + \quad \quad + 3x_3 + 2x_4 &= 2 \\2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= 0 \\-x_1 - x_2 - x_3 - x_4 &= 1.\end{aligned}$$