
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

05.03.2021

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 1

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *keinTaschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 6 Aufgaben (Aufgabe 1 - Aufgabe 6) in diesem Teil und alle 7 Aufgaben (Aufgabe 7 bis 13) im zweiten Teil in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

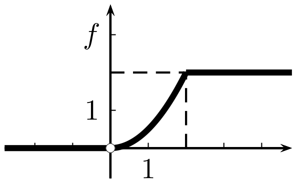
Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	Σ_1	Σ_2	B.	Σ
Max	8	6	8	6	11	12	51	59	5.5	110+5.5

Note:

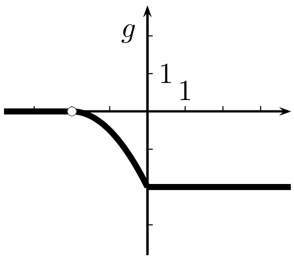
Aufgabe 1 $(2 + 3 + 3 = 8$ Punkte$)$

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ besitze den folgenden Funktionsgraf:



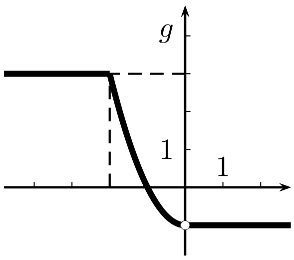
Wie lautet der funktionale Zusammenhang zwischen g und f bei folgenden Funktionsgrafen zu g? Notieren Sie die Formel neben die Bilder.

a)



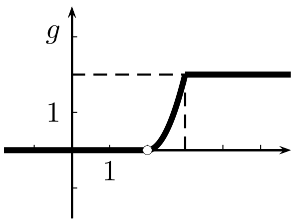
$g(x) =$

b)



$g(x) =$

c)



$g(x) =$

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ beliebig.

Welche Symmetrie ergibt sich bei den angegebenen Funktionen $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$?

	gerade	ungerade	im Allgemeinen keines von beiden
$g(x) = f(x) + f(-x)$			
$g(x) = f(x) - f(-x)$			
$g(x) = f(x) \cdot f(-x)$			
$g(x) = \frac{f(x)}{f(-x)}$			
$g(x) = f(x^2)$			
$g(x) = \big(f(x)\big)^2$			

Aufgabe 3 $(4 + 4 = 8$ Punkte)

a) Markieren Sie die richtige alternative Darstellung (gerundet) der folgenden komplexen Zahlen. (Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen)

$3 - 4\mathrm{j} =$	
$3.26 \cdot \mathrm{e}^{-0.927\mathrm{j}}$	
$3.26 \cdot \mathrm{e}^{1.35\mathrm{j}}$	
$3.26 \cdot \mathrm{e}^{-1.35\mathrm{j}}$	
$5 \cdot \mathrm{e}^{1.35\mathrm{j}}$	
$5 \cdot \mathrm{e}^{-0.927\mathrm{j}}$	
$5 \cdot \mathrm{e}^{\pi\mathrm{j}}$	

$2 \cdot \mathrm{e}^{\frac{\pi}{6}\mathrm{j}} =$	
$1.732 + \mathrm{j}$	
$1 - 1.732\mathrm{j}$	
$1.732 + 2\mathrm{j}$	
$2 + 1.732\mathrm{j}$	
$-1.732 + 2\mathrm{j}$	
$1.732 - 2\mathrm{j}$	

b) Berechnen Sie

b1) $(4 - \mathrm{j}) \cdot (3 + 2\mathrm{j}) \quad =$

b2) $\dfrac{4 - \mathrm{j}}{3 + 2\mathrm{j}} \quad =$

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Geben Sie den Wert der folgenden Grenzwerte (in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$) an oder notieren Sie „n.ex.“, falls der Grenzwert nicht existiert (in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$):

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2n+1)^2}{n^2+1} =$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3^n+2}{2^n+3} =$

c) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1-2x^2}{x+1} =$

d) $\lim\limits_{x\to1} \frac{x^2+3}{x-1} =$

e) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x+\sin x}{x} =$

f) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x}{\sin x} =$

Aufgabe 5 ($3 + 4 + 4 = 11$ Punkte)

In Musterland herrscht eine Epidemie. Nachdem geeignete Gegenmaßnahmen ergriffen wurden, sinkt die Anzahl der Neuinfektionen und kann (bei Vernachlässigung von Rundungen) am Tag k nach Ergreifung der Gegenmaßnahmen beschrieben werden durch

$$f(k) \;=\; 1000 \cdot 0.95^k.$$

a) Nach wieviel Tagen liegt die Anzahl der Tages-Neuinfektionen bei 100?

   Ein formelmäßiger Ausdruck als Angabe reicht.

b) Wieviel Menschen erkranken insgesamt noch ab Ergreifung der Gegenmaßnahmen?

   Geben Sie den Zahlenwert an.

c) Nach wieviel Tagen übersteigt die Gesamtanzahl der Neuerkrankungen ab Ergreifung der Gegenmaßnahmen den Wert 15000?

   Ein formelmäßiger Ausdruck als Angabe reicht.

Aufgabe 6 $(2+3+3+4=12$ Punkte)

Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung zu den folgenden Funktionen.

Beachten Sie, was jeweils die Variable ist; der Rest sind Parameter.

Vereinfachen Sie (falls möglich) die entstehenden Ausdrücke.

Tipp: Ggf. geht's schneller, wenn man den Funktionsausdruck zunächst umformt.

a) $f(x) = \dfrac{x+2}{bx},$

b) $f(s) = \dfrac{s+1}{(s+b)^2}$

c) $g(y) = \ln(cy^2),$

d) $h(a) = a^3 \cdot \sqrt{a \cdot \sin a},$

(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

05.03.2021

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 2

Bearbeitungszeit: 120 Minuten für beide Teile (zwischen den beiden Teilen können Sie beliebig hin und her wechseln.)

Aufgabe	7	8	9	10	11	12	13	Σ_2
Max	8	10	6	10	4	10	11	59
Ist								

Aufgabe 7 (8 Punkte)

Sei T_{x_0} die Tangente an den Funktionsgraf zu $f(x) = \mathrm{e}^{-x}$ an einer Stelle $x_0 > 0$.

Welchen Flächeninhalt F_{x_0} besitzt das Dreieck, das T_{x_0} mit den Koordinatenachsen bildet?

Aufgabe 8 $(3 + 4 + 3 = 10$ Punkte)

Es sei $f(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2}$.

a) Berechnen Sie $\displaystyle\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$.

b) Welchen Wert S erhält man bei näherungsweiser Berechnung des Integrals durch eine Riemannsche Zwischensumme mit der Zerlegung

$$x_0 = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = 5$$

und den Zwischenstellen am linken Intervallrand?

c) Skizzieren Sie die Situation in b).

Aufgabe 9 (6 Punkte)

Führen Sie bei dem Integral

$$\int_0^1 \frac{1}{1+\ln x}\,\mathrm{d}x.$$

die Substitution $\ln x = u$ durch. Das entstehende Integral brauchen Sie nicht weiter zu berechnen!

Aufgabe 10 $(4+2+4=10$ Punkte$)$

Sei $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Wie kann man $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ darstellen?

   Fertigen Sie eine entsprechende Skizze an!

b) Wie kann man $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ darstellen?

c) Welchen Winkel φ schließen $\vec{a}$ und $\vec{b}$ ein?

Aufgabe 11 (4 Punkte)

Geben Sie zwei verschiedene Ebenen E_1 und E_2 im $\mathbb{R}^3$ an, so dass beide Ebenen die beiden Punkte

$$P = (1, -2, 0) \qquad \text{und} \qquad Q = (3, 0, -4)$$

enthalten.

Aufgabe 12 (10 Punkte)

Geben Sie einen Vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^4$, $\vec{x} \neq \vec{0}$, an, der auf den drei Vektoren

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

senkrecht steht.

Tipp: Stellen Sie ein entsprechendes Gleichungssystem für die Komponenten von $\vec{x}$ auf und lösen Sie es.

Aufgabe 13 ($3 + 8 = 11$ Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} a & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

mit einem Parameter $a \in \mathbb{R}$.

a) Für welche Werte von $a, b, c \in \mathbb{R}$ gilt

$$A \cdot \begin{pmatrix} b \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ c \\ 2 \end{pmatrix}?$$

b) Berechnen Sie mit der Cramerschen Regel, bei welchem Wert von a für die Lösung $x = \left(\begin{smallmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{smallmatrix}\right)$ des Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} a & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

gilt, dass $x_3 = 3$ ist?