
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

25.09.2020

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 1

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *keinTaschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 8 Aufgaben (Aufgabe 1 - Aufgabe 8) in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ_1	Σ_2	B.	Σ
Max	8	8	8	10	13	9	8	16	80	80	8	160+8

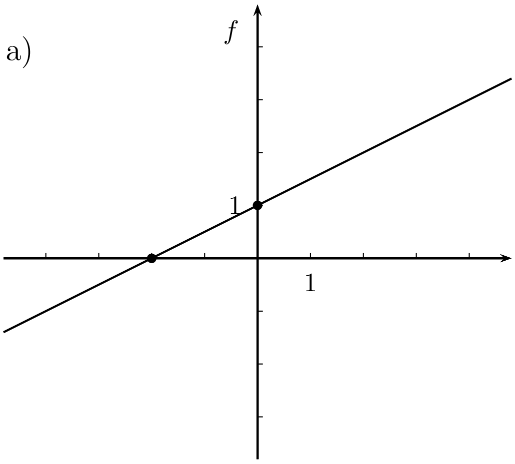
Note:

Aufgabe 1 $(2 \times 1 + 3 \times 2 = 8$ Punkte)

Geben Sie eine Funktionsvorschrift für die folgenden Geraden und Parabeln an!

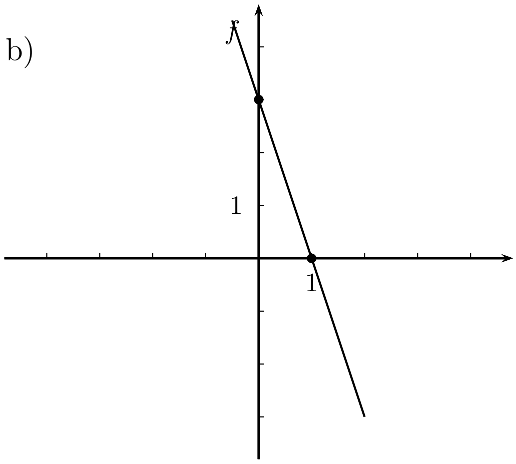
(Die markierten Punkte entsprechen jeweils ganzzahligen Koordinatenwerten.
Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.)

a)



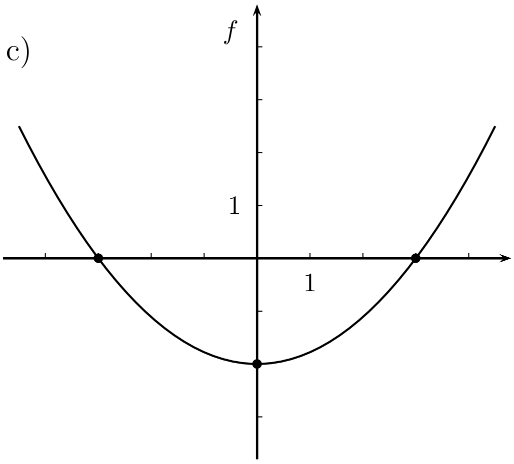
$f(x) =$

b)



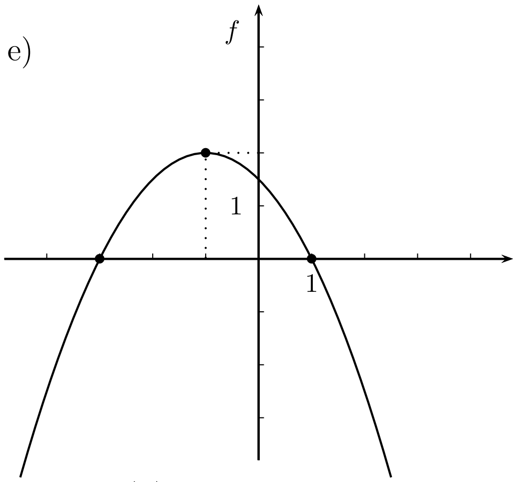
$f(x) =$

c)



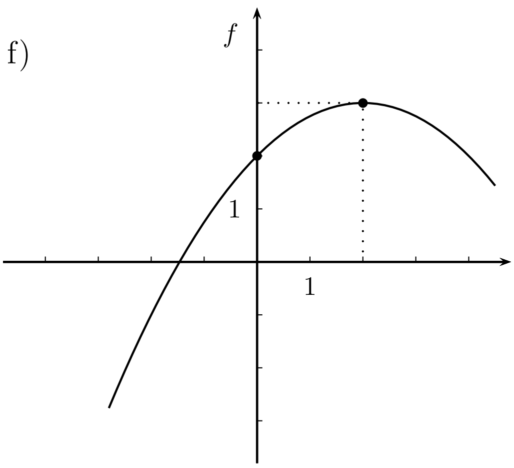
$f(x) =$

e)



$f(x) =$

f)



$f(x) =$

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Es sei

$$f(x) \;=\; \frac{x+7}{x^2-x-6}.$$

Geben Sie die Partialbruchzerlegung zu f an und skizzieren Sie grob den Funktionsgraf.

Aufgabe 3 (maximal 8, minimal 0 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen gelten für alle $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$?

Jeder richtige Eintrag zählt +1 Punkte, jeder falsche −1; kein Eintrag zählt 0 Punkte. (Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.)

	gilt	gilt nicht
$\sin(x-\pi) = -\sin x$		
$\tan(x-\pi) = \tan x$		
$\sin x + \sin y = \sin(x+y)$		
$\sin^3 x + \sin x \cdot \cos^2 x = \sin x$		
$\tan x \cdot \cot x = 1$		
$1 - \tan^2 x = \sin^2 x$		
$\cot^2 x + 1 = \dfrac{1}{\sin^2 x}$		
$\dfrac{1}{\sin^2 x} + \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1$		

Aufgabe 4 $(6 + 4 = 10$ Punkte)

Eine an einer Feder befestigte Masse schwingt (co-)sinus-förmig jeweils 5 cm nach oben und nach unten (bezogen auf die Ruhelage); die Schwingungsdauer beträgt 3 s.

a) Stellen Sie den Schwingungsverlauf zeichnerisch und formelmäßig (entsprechend Ihrer Zeichnung) dar.

b) Berechnen sie die maximale Geschwindigkeit der Masse.

Aufgabe 5 $(1+2+2+3+1+2+2 = 13$ Punkte)

a) Geben Sie zu 1), 2), 3) und 4) jeweils eine komplexe Zahl z in der Form $z = a + b\mathrm{j}$, $a, b \in \mathbb{R}$, an, die die entsprechende Eigenschaft besitzt.

   1) Der Betrag von z ist $\sqrt{17}$.

   2) Der Realteil von z ist 3 und der Betrag von z ist 5.

   3) Die komplex konjugierte Zahl zu z ist $-z$.

   4) $z^2 = 8\mathrm{j}$.

b) Geben Sie zu 1), 2) und 3) jeweils eine komplexe Zahl z in der Polardarstellung $z = r\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$, $r \geq 0$, an, die die entsprechende Eigenschaft besitzt.

   1) Der Betrag von z ist 11.

   2) Der Imaginärteil von z ist 3.

   3) $z^2 = 4\mathrm{j}$.

Hinweis: Durch die Angaben ist z nicht eindeutig bestimmt. Es reicht die Angabe von *einem* z.

Aufgabe 6 (9 Punkte)

Geben Sie die Grenzwerte (in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$) der folgenden Folgen an.

(Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen.)

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2 - 2n + 1}{(n+2) \cdot n + 3} =$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2^n}{n^4} =$

c) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1 - x^2}{x+1} =$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1 - x^2}{x+1} =$

e) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2 + 3^n}{n^3 + 2^n} =$

f) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x}{\ln x} =$

g) $\lim\limits_{x\to 0+} x \cdot \ln x =$

h) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} 0.6^k =$

i) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{2k} =$

Aufgabe 7 ($2.5 + 2.5 + 3 = 8$ Punkte)

Geben Sie Näherungswerte (als Dezimalzahlen) für die folgenden Werte an, indem Sie geeignete Ableitungen benutzen.

a) $2.1^4 - 2^4$,

b) $\ln 5 - \ln 4.8$,

c) $\sqrt{26}$.

Aufgabe 8 ($8+4+4=16$ Punkte)

Es sei $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{x}$.

a) Berechnen Sie die Lage und Art der Extremstellen von f, und bestimmen Sie, in welchen Bereichen der Funktionsgraph rechtsgekrümmt und in welchen er linksgekrümmt ist.

b) Geben Sie das Verhalten von f an den Rändern des Definitionsbereichs und an der Definitionslücke an.

c) Skizzieren Sie grob den Funktionsgraf von f auf Grund der Informationen aus a) und b).

(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

25.09.2020

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 2

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *keinTaschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 8 Aufgaben (Aufgabe 9 - Aufgabe 16) in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	9	10	11	12	13	14	15	16	Σ_2
Max	10	12	8	9	12	8	11	10	80
Ist									

Aufgabe 9 (10 Punkte)

Für welche Punkte auf der Hyperbel $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, führt die Tangente durch den Punkt $(-4, 2)$?

Aufgabe 10 ($3 + 5 + 4 = 12$ Punkte)

Es sei $f(x) = -x^2 + 4$.

a) Berechnen Sie $\int\limits_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

b) Welchen Wert erhält man bei näherungsweiser Berechnung des Integrals durch eine Riemannsche Zwischensumme mit der Zerlegung

$$x_0 = -2, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 1.5, \quad x_3 = 2.5, \quad x_4 = 3$$

und den Zwischenstellen

$$\widehat{x_1} = -1, \quad \widehat{x_2} = 0, \quad \widehat{x_3} = 2, \quad \widehat{x_4} = 3?$$

c) Skizzieren Sie die Situation in b).

Aufgabe 11 $(4 + 4 = 8$ Punkte)

a) Berechnen Sie $\displaystyle\int_0^1 (x+1) \cdot \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$.

b) Berechnen Sie $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos(x) \cdot \sin^2(x) \,\mathrm{d}x$.

Aufgabe 12 $(3+4+2=9$ Punkte$)$

Seien $\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

a) Geben Sie

$$\vec{v_1} \cdot \vec{v_2} \qquad \text{und} \qquad \vec{v_1} \times \vec{v_2}$$

an.

b) Wie groß ist der Winkel φ, den $\vec{v_1}$ und $\vec{v_2}$ einschließen?

c) Geben Sie drei verschiedene Vektoren an, die senkrecht zu $\vec{v_1}$ sind.

Aufgabe 13 (12 Punkte)

Bestimmen Sie die Schnittgerade der Ebenen

$$E_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} | \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$$

und

$$E_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} | \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}.$$

Aufgabe 14 ($2 + 2 + 4 = 8$ Punkte)

Geben Sie an, für welche der auftretenden Parameter die linearen Gleichungssysteme, die durch die dargestellten erweiterten und schon weitgehend in Zeilen-Stufen-Form gebrachten Koeffizientenmatrizen beschrieben werden, keine, genau eine oder unendlich viele Lösungen haben.

Hinweis: Sie brauchen die Lösung nicht zu bestimmen. Machen Sie Fallunterscheidungen entsprechend der Parameter, um dann zu Aussagen wie z.B. „für $a = 1$ keine Lösung, für $a \neq 1$ genau eine Lösung" zu kommen.

	keine Lösungen	genau eine Lösungen	unendlich viele Lösungen
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & a & 2 \end{array}\right)$			
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & a & 2 \end{array}\right)$			
$\left(\begin{array}{ccc\|c} 1 & 3 & 2 & -1 \\ 0 & a & 1 & b \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{array}\right)$			

Aufgabe 15 $(3 + 3 + 5 = 11$ Punkte)

Bei einer Redox-Reaktion zwischen zwei Stoffen A und B verwandelt sich pro Zeiteinheit ein bestimmter Prozentsatz $p_{A \to B}$ von Stoff A zu B und umgekehrt ein Prozentsatz $p_{B \to A}$ von B zu A.

Hier sei konkret $p_{A \to B} = 10\%$ und $p_{B \to A} = 40\%$.

a) Formulieren Sie mittels einer Matrix-Vektor-Multiplikation, wieviel Masse von A und B nach einer Zeiteinheit vorhanden sind, wenn zu Beginn von beiden Stoffen jeweils 500g vorhanden sind.

b) Mit welcher Matrix kann man den Massenübergang nach zwei Zeiteinheiten beschreiben?

c) Wie groß waren die Massen von A und B vor einer Zeiteinheit, wenn jetzt von beiden Stoffen jeweils 500g vorhanden sind?

Aufgabe 16 (maximal 10, minimal 0 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen gelten für alle invertierbaren Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ $(n > 1)$?

Jeder richtige Eintrag zählt +1 Punkte, jeder falsche −1; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

	gilt	gilt nicht
$(A+B)^{-1} \;=\; A^{-1}+B^{-1}$		
$(A \cdot B)^{-1} \;=\; A^{-1} \cdot B^{-1}$		
$(A+B)^T \;=\; A^T + B^T$		
$(A \cdot B)^T \;=\; A^T \cdot B^T$		
$(A \cdot A^T)^T \;=\; A \cdot A^T$		
$(A \cdot B^T)^T \;=\; A \cdot B^T$		
$\det(2 \cdot A) \;=\; 2 \cdot \det(A)$		
$\det(A+B) \;=\; \det A + \det B$		
$\det(A^2) \;=\; (\det A)^2$		
$\det(A^{-1}) \;=\; (\det A)^{-1}$		