
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

16.07.2019

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 1

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *keinTaschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 24.07. statt.
Ggf. notwendige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 31.07. statt.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 8 Aufgaben (Aufgabe 1 - Aufgabe 8) in gut leserlichem Druck vorliegen.

____

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

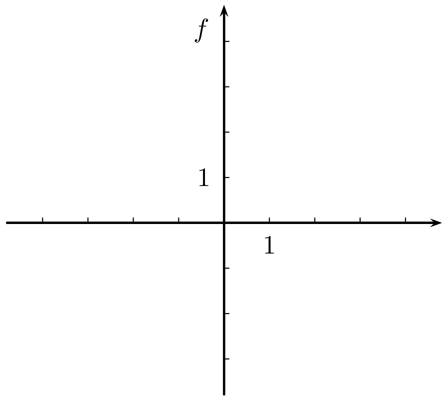
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ_1	Σ_2	B.	Σ
Max	8	12	8	13	9	8	7	15	80	80	8	160+8

Note:

Aufgabe 1 (8 Punkte)

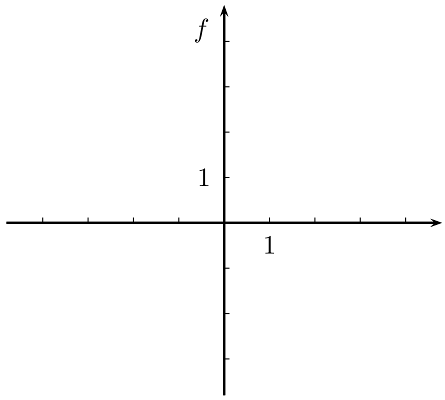
Skizzieren Sie die folgenden Funktionen jeweils in dem darüber stehenden Koordinatensystem!

a)



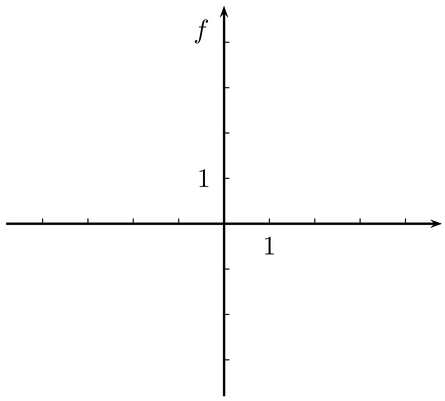
$$f(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$$

b)



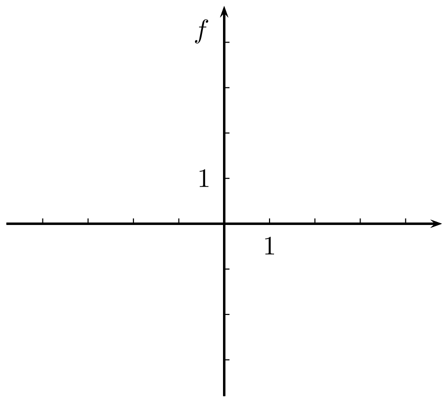
$$f(x) = 1 - \mathrm{e}^x$$

c)



$$f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

d)



$$f(x) = -(x+2)^2 \cdot (x-1)$$

Aufgabe 2 $(6 + 6 = 12$ Punkte)

Sei $F(t)$ der Anteil der beleuchteten Mondfläche (von der Erde aus gesehen) am Tage t, wobei $t = 0$ Neumond (also $F(0) = 0$), $t = 14$ Vollmond (also $F(14) = 1$) und $t = 28$ wieder Neumond ist.

a) Skizzieren Sie F und geben Sie eine Funktionsvorschrift an unter der Annahme, dass der Kurvenverlauf (co-)sinusförmig ist.

b) Nach sieben Tagen ist die Hälfte des Mondes beleuchtet ($F(7) = \frac{1}{2}$).

   Nutzen Sie davon ausgehend eine lineare Näherung, um abzuschätzen, wieviel Fläche am Tag darauf beleuchtet ist (also eine Näherung für $F(8)$; ein Ausdruck, in dem kein (co-)sinus mehr vorkommt, genügt).

Aufgabe 3 (maximal 8, minimal 0 Punkte)

Markieren Sie den richtigen (gerundeten) Zahlenwert.

Jeder richtige Eintrag zählt +1 Punkt, jeder falsche −1; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.

$\sin 4 \approx$	
-1.757	
-0.757	
0.757	
1.757	

$\cos(-1) \approx$	
-0.999	
-0.540	
0.540	
0.999	

$\arccos 0.1 \approx$	
0.101	
0.899	
1.470	
3.041	

$\arctan 1 \approx$	
0.785	
1.571	
3.142	
6.283	

$\sqrt{0.4} \approx$	
0.02	
0.063	
0.2	
0.63	

$\mathrm{e}^{-2} \approx$	
-7.389	
-0.135	
0.135	
1.649	

$\operatorname{ld} 20 \approx$	
1.301	
2	
2.996	
4.322	

$\log_8 0.2 \approx$	
-1.342	
-0.774	
0.333	
2.667	

Aufgabe 4 ($2+2+2+3+4=13$ Punkte)

Sei $z_1 = 1 - \mathrm{j}$ und $z_2 = 2 + 3\mathrm{j}$.

Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + b\mathrm{j}$, $a, b \in \mathbb{R}$ an:

a) $z_1 + z_1^* \; =$

$z_2 \cdot z_2^* \; =$

b) $z_1 \cdot z_2 \; =$

c) ${z_2}^2 \; =$

d) $\dfrac{z_1}{z_2} \; =$

e) $z_1^{10} \; =$

Tipp zu e): Überlegen Sie anschaulich, wo das Resultat in der Gaußschen Zahlenbene liegt; Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen.)

Aufgabe 5 (9 Punkte)

Geben Sie den Wert der folgenden Grenzwerte (in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$) an oder notieren Sie „n.ex.“, falls der Grenzwert nicht existiert (in $\mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$):

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{3n+4}{4n-5} \quad =$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3-n^2}{1-n^2} \quad =$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n+3)\cdot(n+4)}{(2n+1)^2} \quad =$

d) $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3 \cdot \mathrm{e}^{-x} \quad =$

e) $\lim\limits_{x\to\infty} x \cdot \sin(x) \quad =$

f) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sin(x)}{x} \quad =$

g) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3^x+x^2}{2^x-x^3} \quad =$

h) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} 0.6^k \quad =$

i) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} (-1.4)^k \quad =$

Aufgabe 6 ($2 + 6 = 8$ Punkte)

Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch

$$a_1 \;=\; 1 \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} \;=\; \frac{1}{a_n} + 1.$$

a) Berechnen Sie die Folgenglieder a_2, a_3 und a_4.

b) Die Folge konvergiert gegen einen Grenzwert a. (Das brauchen Sie nicht zu zeigen.)

   Welchen Wert hat a?

Aufgabe 7 (7 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitungen zu den folgenden Funktionen (beachten Sie, was die unabhängige Variable ist; der Rest sind Parameter):

a) $f(x) = \dfrac{xy^3}{x^2+1}$,

b) $f(y) = \dfrac{xy^3}{x^2+1}$,

c) $f(b) = \sqrt{a + \sin(3b)}$.

Aufgabe 8 ($8 + 7 = 15$ Punkte)

Sei

$$f(x) \;=\; \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + cx$$

mit einem Parameter $c \in \mathbb{R}$.

a) Für welche Werte von c hat die Funktion f keine lokalen Extremstellen?

b) Geben Sie zu $c = 2$ das zweite und vierte Taylorpolynom T_2 und T_4 zu f jeweils an der Entwicklungsstelle $x_0 = 1$ in üblicher Polynomschreibweise an (also in der Form $T_n(x) = a_n x^n + \ldots + a_0$).

(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

16.07.2019

Klausur zum Fach Mathematik 1
Teil 2

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel: ein (beidseitig) handbeschriebenes DinA4-Blatt, *kein Taschenrechner*

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 24.07. statt.
Ggf. notwendige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 31.07. statt.

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die obigen Klausurbedingungen gelesen habe, und dass alle 7 Aufgaben (Aufgabe 9 - Aufgabe 15) in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

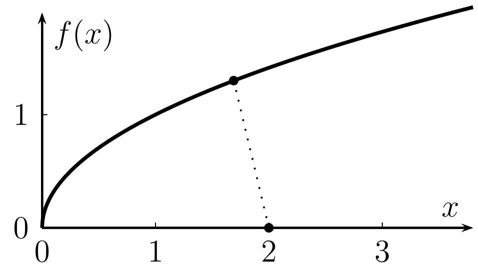
Aufgabe	9	10	11	12	13	14	15	Σ_2
Max	10	5	15	10	20	10	10	80
Ist								

Aufgabe 9 (10 Punkte)

Welcher Punkt auf dem Funktionsgrafen zu

$$f : \mathbb{R}^{\geq 0} \to \mathbb{R},\ f(x) = \sqrt{x}$$

hat den kleinsten Abstand zum Punkt $(2; 0)$?



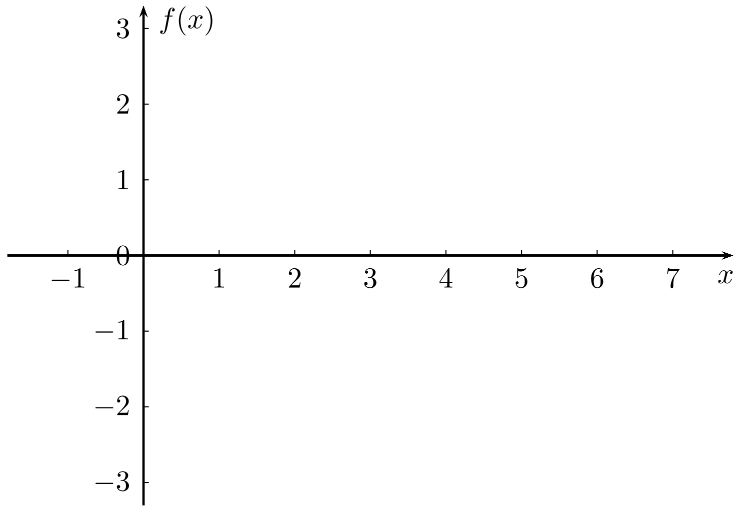
Aufgabe 10 (5 Punkte)

Skizzieren Sie in dem Koordinatensystem für $x \in [-1, 7]$ eine Funktion f so, dass für die Flächenfunktion

$$F(x) \;=\; \int\limits_1^x f(t)\,\mathrm{d}t$$

gilt

$$F(-1) \;=\; -1, \quad F(0) \;=\; 1 \quad F(3) \;=\; 2, \quad F(5) \;=\; 1 \quad \text{und} \quad F(7) \;=\; 0.$$



Aufgabe 11 (5 + 10 = 15 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $$\int_0^\infty x \cdot \mathrm{e}^{-2x} \, \mathrm{d}x$$

b) $$\int_0^1 \frac{x-1}{x^2+3x+2} \, \mathrm{d}x$$

Es reicht ein Ergebnisterm, in dem noch *ein* „ln“ vorkommt.

Aufgabe 12 (10 Punkte)

Wie kann $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ als Linearkombination von

$$\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{v_3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

dargestellt werden?

Aufgabe 13 $(3 + 4 + 5 + 4 + 4 = 20$ Punkte)

Sei $A = (-4, 1)$, $B = (5, -2)$ und $C = (0, 3)$.

a) Zeichnen Sie das Dreieck mit den Eckpunkten A, B und C und geben Sie eine Darstellung der Geraden g an, auf der die Seite $\overline{AB}$ des Dreiecks liegt.

b) Geben Sie eine Darstellung der Geraden h an, auf der die Höhe des Dreiecks liegt, die auf der Seite $\overline{AB}$ steht.

c) Berechnen Sie den Lotfußpunkt L des Lots von C auf die Seite $\overline{AB}$.

d) Welchen Flächeninhalt F hat das Dreieck?

e) Welchen Winkel φ schließen die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ ein?

Aufgabe 14 (maximal 10, minimal 0 Punkte)

Ein Backwarenhersteller verarbeitet Grundsubstanzen $G_1, G_2, \ldots, G_k$ zu Produkten $P_1, P_2, \ldots, P_n$ $(k \neq n)$. Die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \ldots & a_{kn} \end{pmatrix}$$

beschreibt die Zusammensetzung der einzelnen Produkte: Die Grundsubstanz G_i fließt mit a_{i1} Einheiten in das Produkt P_1 ein, mit a_{i2} Einheiten in das Produkt P_2 ein, usw..

Die Preise der Grundprodukte sind im Vektor $p = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_k \end{pmatrix}$ zusammengefasst (p_i ist der Preis einer Einheit von G_i).

Der Hersteller möchte z_k mal das Produkt P_k herstellen, $z = \begin{pmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{pmatrix}$.

a) Kreuzen Sie an, durch welchen Ausdruck sich die entsprechenden Größen darstellen lassen.
Jeder richtige Eintrag zählt +2 Punkt, jeder falsche −2; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

	$A \cdot p$	$A^T \cdot p$	$A \cdot z$	$A^T \cdot z$
Warenwert der einzelnen Produkte				
Einheiten der Grundsubstanzen für die gesamte Produktion				

b) Notieren Sie bei den folgenden Ausdrücken

$\checkmark$, falls der Ausdruck den Gesamtpreis der Produktion angibt,

o, falls man den Ausdruck zwar bilden kann, das Ergebnis aber nicht den Gesamtpreis der Produktion angibt,

$\lightning$, falls man den Ausdruck gar nicht bilden kann.

Jeder richtige Eintrag zählt +1 Punkte, jeder falsche −1; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

$(A \cdot z) \cdot p^T$	$(A \cdot p) \cdot z^T$	$(A \cdot z)^T \cdot p$	$(A \cdot p)^T \cdot z$	$p^T \cdot A \cdot z$	$z^T \cdot A \cdot p$

(Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.)

Aufgabe 15 ($3 + 7 = 10$ Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie $A \cdot A^T$.

b) Bestimmen Sie $\det A$, $\det(A \cdot A^T)$, $\det(2A)$, $\det(A^2)$ und $\det(A^{-1})$.