

## 10. Übungsblatt zur Vorlesung Kryptologie

### Übung 1

Geben Sie ein Beispiel an, dass aus  $g \circ f = \text{id}$  nicht unbedingt auch  $f \circ g = \text{id}$  folgt.

(Das hat zur Folge, dass nicht automatisch jedes Public-Key-Verfahren auch zur digitalen Signatur genutzt werden kann und umgekehrt.)

### Übung 2

Alice hat einen RSA-Schlüssel zu  $n = 31 \cdot 41$  und veröffentlicht  $e = 17$ .

- a1) Ist  $s = 751$  eine gültige Signatur zu  $m = 111$ ?
- a2) Ist  $s = 615$  eine gültige Signatur zu  $m = 321$ ?
- b) Wie lautet die Signatur  $s$  zu  $m = 50$ ?

### Übung 3

Alice benutzt das RSA-Signaturverfahren mit der Hashfunktion

$$h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}_n, h(m) = m^{e_h} \bmod n_h$$

(vgl. Blatt 9, Übung 1), wobei konkret

$$n_h = 223390229630894823575503 \quad \text{und} \quad e_h = 23$$

ist. Als RSA-Schlüssel nutzt sie

$$n_{\text{RSA}} = 922676962174818067510521705931 \quad \text{und} \quad e_{\text{RSA}} = 17.$$

Alice signiert die Nachricht  $m = 10^{50}$  und erhält als Signatur

$$s = 122213354635279262673569254549.$$

- a) Verifizieren Sie, dass  $s$  tatsächlich die Signatur zu  $m$  ist.
- b) Finden Sie eine andere Nachricht  $m'$ , die die gleiche Signatur  $s$  besitzt?

### Übung 4

Zum Fälschen einer digitalen RSA-Signatur mit Hashfunktion  $h$ , kann folgender *meet-in-the-middle-Angriff* ausgeführt werden:

- Wähle zufällig Werte  $s_i$  und berechne  $h_i = s_i^e \bmod n$ .
- Wähle Nachrichten  $m_j$  und berechne  $h(m_j)$ .
- Suche  $i_0$  und  $j_0$  mit  $h_{i_0} = h(m_{j_0})$ .

Dann ist  $s_{i_0}$  eine gültige Signatur von  $m_{j_0}$ .

Schätzen Sie die Größenordnung des Aufwands für einen erfolgreichen Angriff in Abhängigkeit von  $n$  ab. Ist  $n \approx 2^{100}$  groß genug, um den Angriff praktisch unmöglich zu machen?