

11. Übungsblatt zur Vorlesung Quanten-Computing

Aufgabe 1

- Wie lautet die Matrix D zur Rücktransformation bei der diskreten Fourier-Transformation zu 8 Werten?
- Bestimmen Sie die Rücktransformation zu

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T.$$

Aufgabe 2

- Testen Sie exemplarisch, dass die Spalten der Rücktransformationsmatrix D der diskreten Fourier-Transformation für $N = 8$ paarweise senkrecht aufeinander stehen.
- Zeigen Sie allgemein, dass die Spalten der Rücktransformationsmatrix D der diskreten Fourier-Transformation für N Werte paarweise senkrecht aufeinander stehen. (Tipp: Partialsummenformel für eine geometrische Reihe!)

Hinweis: Beim Skalarprodukt von Vektoren mit komplexen Einträgen muss der erste Faktor jeweils konjugiert komplex genommen werden!

Aufgabe 3

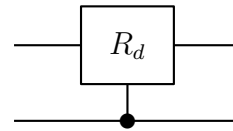
Bestimmen Sie für $N = 8$, also $n = 3$, konkret das Ergebnis der QFT_8 angewendet auf den Basiszustand $|2\rangle_3$ bzw. auf den Basiszustand $|5\rangle_3$, also $\text{QFT}_8(|2\rangle_3)$ bzw. $\text{QFT}_8(|5\rangle_3)$

- mittels der Definition aus Abschnitt 10.3 des Skripts,
- mit der Formel aus dem Satz aus Abschnitt 10.3 des Skripts,
- mit dem in Abschnitt 10.3 des Skripts angegebenen Schaltkreis.

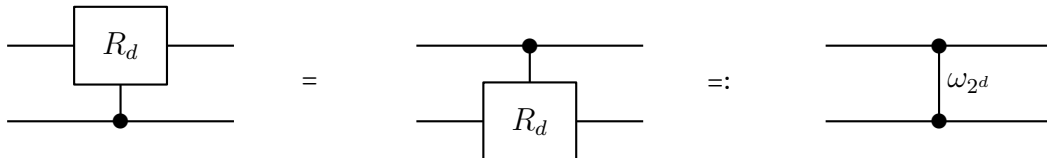
Welchen klassischen Input- und Fourier-transformierten Werten entspricht dies?

Aufgabe 4

a) Wie lautet die Transformationsmatrix für eine bedingte Phasenrotation R_d ?



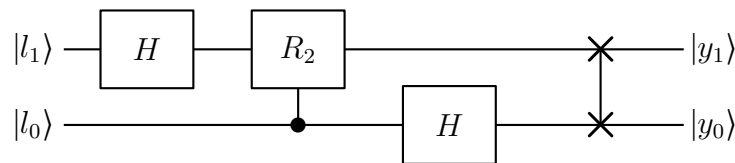
b) Überlegen Sie sich, dass es bei einer bedingten Phasenrotation egal ist, welches Qubit das Kontroll- und welches das Ziel-Qubit ist. Daher wird eine bedingte Phasenrotation auch wie im folgenden Bild rechts oder ähnlich dargestellt.



Aufgabe 5

Wie lautet die Transformationsmatrix des Schaltkreises für eine QFT_4 ?

Dabei wurde am Ende ein Swap-Gatter hinzugefügt, um die übliche Reihenfolge der Qubits wieder herzustellen.



Aufgabe 6 (mit Qiskit, 4 Punkte)

- Implementieren Sie die QFT_8 in Qiskit.
- Welchem Eingangszustand entspricht der in Aufgabe 1b) angegebene Zustand?
Wie kann man diesen in Qiskit erzeugen?
- Was ergibt sich durch die QFT_8 angewendet auf den Zustand aus b)?
Vergleichen Sie dies mit Ihrer Berechnung von Aufgabe 1b).
- Experimentieren Sie mit anderen Zuständen.