

--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik  
und Informationstechnik

SS 2026

Prof. Georg Hoever

## Probeklausur zum Fach Mathematische Methoden der Informatik

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Hilfsmittel: ein doppelseitig handgeschriebenes DinA4-Blatt

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Begründen Sie Ihre Aussagen! (Aussagen ohne Begründung werden nicht gewertet!)

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 6 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

\_\_\_\_\_

(Unterschrift)

*Viel Erfolg!*

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$
Max	18	10	10	6	10	6	60

Note:

### **Aufgabe 1** (18 Punkte)

Formulieren Sie das folgende Problem als lineares Optimierungsproblem und lösen Sie es grafisch:

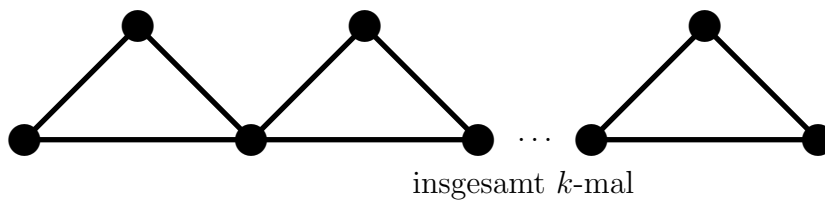
Ein Schmuckhersteller plant für die Produktion in den kommenden 60 Tagen:

Er kann Armreife und Ketten herstellen. Für einen Armreif werden 10 Juwelen und 2 g Gold genutzt, für eine Kette 10 Juwelen und 5 g Gold. Insgesamt stehen 130 Juwelen und 40 g Gold zur Verfügung. Die Herstellung eines Armreifs dauert 4 Tage, die einer Kette 6 Tage. Der Gewinn beim Verkauf eines Armreifs liegt bei 200€, der einer Kette bei 250€.

Wie kann er maximalen Gewinn erreichen?

**Aufgabe 2** (10 Punkte)

Betrachtet wird der folgende Graph, der aus  $k$  Dreiecken in der dargestellten Weise besteht.



- a) Wieviel verschiedene Spannbäume gibt es in dem Graphen?
- b) Wieviel verschiedene nichtleere Schnitte gibt es in dem Graphen?

(Ihre Angaben brauchen Sie nicht genau zu begründen.)

**Aufgabe 3** (10 Punkte)

Gegeben sei ein vollständiger Graph  $G = (V, E)$  mit einer Kantengewichtung  $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ , die die Dreiecksungleichung erfüllt.

Mit  $c(v_i, v_j)$  werden die Kosten der Kante  $e = (v_i, v_j)$  bezeichnet.

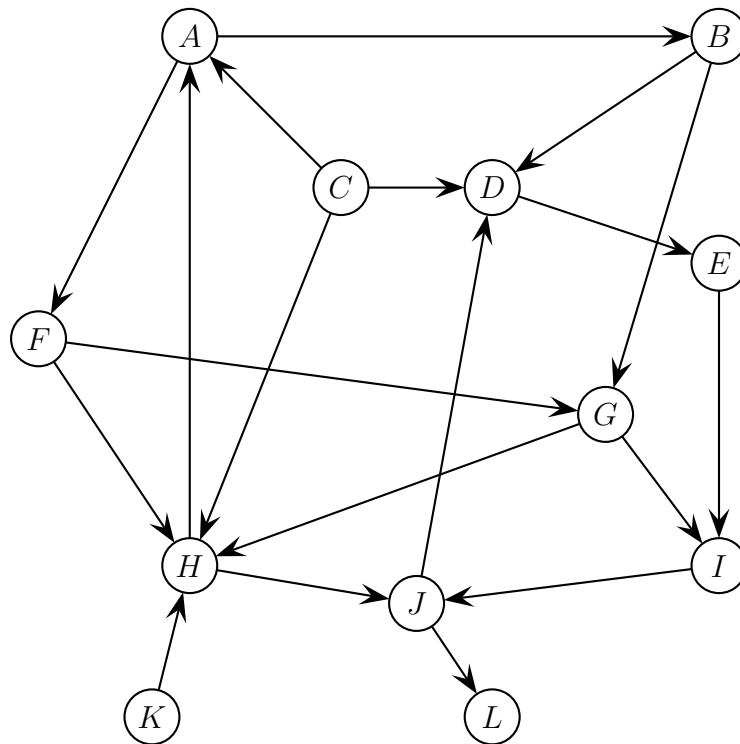
Zeigen Sie mittels Induktion über  $k$ , dass das Gewicht  $c(p)$  eines Weges  $p = v_0v_1 \dots v_k$  der Länge  $k$  ( $k \geq 2$ ) nicht kleiner als das der direkten Kante  $(v_0, v_k)$  ist, also

$$\sum_{i=1}^k c(v_{i-1}, v_i) \geq c(v_0, v_k).$$

**Aufgabe 4** (6 Punkte)

Geben Sie die starken Zusammenhangskomponenten in dem folgenden Graphen an.

Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.



**Aufgabe 5** (10 Punkte)

Auf einem Digraphen  $G = (V, E)$ ,  $V = \{s, v_1, v_2, \dots, v_{20}\}$ , wird ausgehend von dem Startknoten  $s$  der Dijkstra-Algorithmus wie in der Vorlesung beschrieben ausgeführt. Nach einigen Iterationen erhält man die folgende Tabelle der aktuellen Abstände und Vorgänger:

	...	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	...
dist	...	9	4	9	5	...
pred	...	$v_3$	$v_2$	$s$	$v_4$	...

Die Knoten  $s, v_1, \dots, v_4$  sind schon abgearbeitet, die Knoten  $v_9, \dots, v_{20}$  haben eine aktuelle Distanz größer als 10.

Im Folgenden werden die Kanten (mit der Gewichtsangabe in Klammern) aufgelistet, die von  $v_5, \dots, v_8$  ausgehen.

von  $v_5$ : zu  $s$  (3), zu  $v_6$  (2), zu  $v_8$  (2), zu  $v_{13}$  (3)

von  $v_6$ : zu  $v_5$  (5), zu  $v_7$  (4), zu  $v_{13}$  (2)

von  $v_7$ : zu  $v_2$  (3), zu  $v_8$  (1), zu  $v_{15}$  (5)

von  $v_8$ : zu  $v_5$  (2), zu  $v_7$  (4), zu  $v_{11}$  (3)

- a) Wie sehen die nächsten beiden Iterationen aus? Tragen Sie die sich in den entsprechenden Ausschnitt ergebenden Werte in die folgenden Tabellen ein.

Nach Betrachtung des nächsten Knotens:

	...	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	...
dist	...					...
pred	...					...

Nach Betrachtung des nächsten Knotens:

	...	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	...
dist	...					...
pred	...					...

- b) Welcher Knoten wird nun als nächster abgearbeitet?

**Aufgabe 6** (6 Punkte)

Betrachtet wird ein Netzwerk  $(G, u, s, t)$  mit einem Fluss  $f$ .

Es gilt das Optimalitätskriterium

$$(1) \quad f \text{ ist ein maximaler Fluss.} \quad \Leftrightarrow \quad (2) \quad \begin{array}{l} \text{Im Residualgraph gibt es} \\ \text{keinen Weg von } s \text{ nach } t. \end{array}$$

(a) Welche der Richtungen („ $\Rightarrow$ “ oder „ $\Leftarrow$ “) ist leicht einsichtig?

Geben Sie die Richtung und eine entsprechende Begründung an.

(b) Welche der Richtungen („ $\Rightarrow$ “ oder „ $\Leftarrow$ “) ist beim Ford-Fulkerson-Algorithmus die Basis für das Abbruchkriterium?