FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

SS 2026
29.05.2026

Mathematische Methoden der Informatik
Übungsblatt zu kürzesten Wegen

Übung 1

Konstruieren Sie einen (möglichst kleinen) gewichteten Graph, so dass kein kürzester-Wege-Baum ein minimal spannender Baum ist.

Übung 2

Sei G ein gewichteter Graph und T ein kürzester-Wege-Baum in G von einem Knoten s aus.

Der Graph G_1 entstehe aus G, indem alle Kantengewichte um eine feste Zahl c erhöht werden, der Graph G_2, indem alle Kantengewichte mit einer festen Zahl d multipliziert werden.

a) Ist T weiterhin ein kürzester-Wege-Baum in G_1 bzw. G_2?

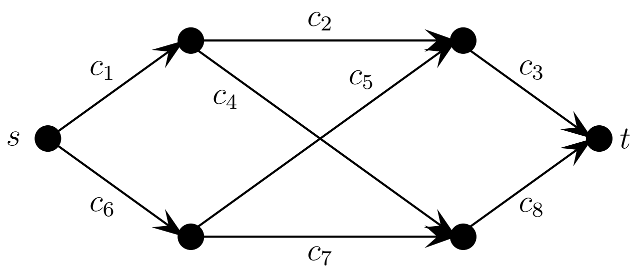
   Falls nicht: Geben Sie ein (möglichst kleines) Gegenbeispiel an.

b) Wie ist die Situation, wenn T ein minimal spannender Baum von G ist. Ist T dann auch ein minimal spannender Baum in G_1 bzw. G_2?

c) Wie ist die Situation, wenn G ein vollständiger gewichteter Graph und T eine kürzeste Rundreise ist. Ist T dann auch eine kürzeste Rundreise in G_1 bzw. G_2?

Übung 3

a) Wie kann man die Suche nach einem kürzesten Weg von s nach t als lineares Optimierungsproblem formulieren, z.B. bei folgendem Graphen?



b) Geht das auch bei ungerichteten Graphen und/oder negativen Kantengewichten?

Übung 4

a) Kann der Dijkstra-Algorithmus (bei geeigneter Wahl in Zweifelsfällen) jeden kürzesten-Wege-Baum erzeugen?

b) Kann der Moore-Bellman-Ford-Algorithmus bei konservativen Kantengewichten und bei geeigneter Wahl der Kantenreihenfolge jeden kürzeste-Wege-Baum erzeugen?

c) Gibt es bei konservativen Kantengewichten immer eine Kantenreihenfolge, so dass der Moore-Bellman-Ford-Algorithmus nach einer Iteration einen kürzesten-Wege-Baum erzeugt hat?

d) Gibt es bei konservativen Kantengewichten immer eine Kantenreihenfolge, so dass der Moore-Bellman-Ford-Algorithmus erst nach $n-1$ Iterationen einen kürzesten-Wege-Baum erzeugt hat?

Übung 5

Was halten Sie vom folgenden Algorithmus zur Überprüfung, ob ein gegebener Baun T ein kürzester-Wege-Baum ist?

- Für alle nicht-Baum-Kanten $e = (u, v)$:
  - Berechne $dist(u)$ und $dist(v)$.
  - Falls $dist(v) > dist(u) + c(e)$:
    - Ausgabe „T ist kein kürzester-Wege-Baum“ - Ende.
- Ausgabe „T ist kürzester-Wege-Baum“