

Lineare Optimierung Beispiele

Problem 1

Eine Firma kann zwei verschiedene Produkte P_1 und P_2 herstellen.

Eine Einheit P_1 ergibt 3000€ Gewinn, eine Einheit von P_2 5000€.

Zur Produktion werden drei Maschinen A, B und C benutzt, die pro Woche jeweils 80 Stunden laufen können. Die folgende Tabelle beschreibt, wieviel Stunden die einzelnen Maschinen zur Produktion von einer Einheit P_1 bzw. P_2 benötigt werden.

	A	B	C
P_1	1	1	0
P_2	1	2	3

Durch welche Produktion kann die Firma maximalen Gewinn erreichen?



Problem 1 - Formalisierung

Variablen: Seien p_1 und p_2 die Einheiten der Produkte P_1 und P_2 , die pro Woche hergestellt werden.

Zielfunktion: Maximiere $3000 \cdot p_1 + 5000 \cdot p_2$.

Nebenbedingungen:

$$\begin{aligned} p_1 + p_2 &\leq 80 \text{ (Maschine A),} \\ p_1 + 2 \cdot p_2 &\leq 80 \text{ (Maschine B),} \\ 3 \cdot p_2 &\leq 80 \text{ (Maschine C),} \\ p_1 &\geq 0, \\ p_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

Ggf.: p_1 und p_2 ganzzahlig.



Problem 2

Eine Baufirma hat Sandlager an drei verschiedenen Orten L_1 , L_2 und L_3 ; die Vorräte sind 30t bei L_1 , 40t bei L_2 und 50t bei L_3 .

Nun soll Sand zu zwei Baustellen B_a und B_b transportiert werden. Bei B_a werden 35t benötigt, bei B_b 45t.

Aufgrund unterschiedlicher Entfernungen sind die Transportkosten pro Tonne unterschiedlich. Die folgende Tabelle beschreibt diese Kosten (in einer fiktiven Einheit).

	L_1	L_2	L_3
B_a	3	4	6
B_b	4	3	5

Von wo nach wo soll wieviel Sand transportiert werden, um den Bedarf möglichst kostengünstig zu befriedigen?



Problem 2 - Formalisierung

Variablen: Sei $x_{i,k}$ die Menge Sand (in Tonnen), die vom Lager L_i zur Baustelle B_k geliefert wird.

Zielfunktion: Minimiere $3x_{1,a} + 4x_{2,a} + 6x_{3,a} + 4x_{1,b} + 3x_{2,b} + 5x_{3,b}$

Nebenbedingungen:

$$x_{1,a} + x_{2,a} + x_{3,a} = 35 \text{ (Baustelle } B_a),$$

$$x_{1,b} + x_{2,b} + x_{3,b} = 45 \text{ (Baustelle } B_b),$$

$$x_{1,a} + x_{1,b} \leq 30 \text{ (Lager } L_1),$$

$$x_{2,a} + x_{2,b} \leq 40 \text{ (Lager } L_2),$$

$$x_{3,a} + x_{3,b} \leq 50 \text{ (Lager } L_3),$$

$$x_{i,k} \geq 0.$$

