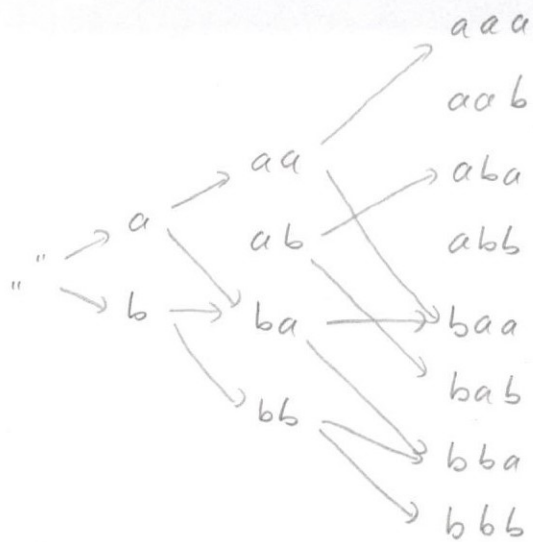


Aufgabe 1

a)



b) In w stern zunächst 'b', dann 'a'.

c) babaaaa, bbabaaa, bbbabaa, bbbbaba, bbbbab.

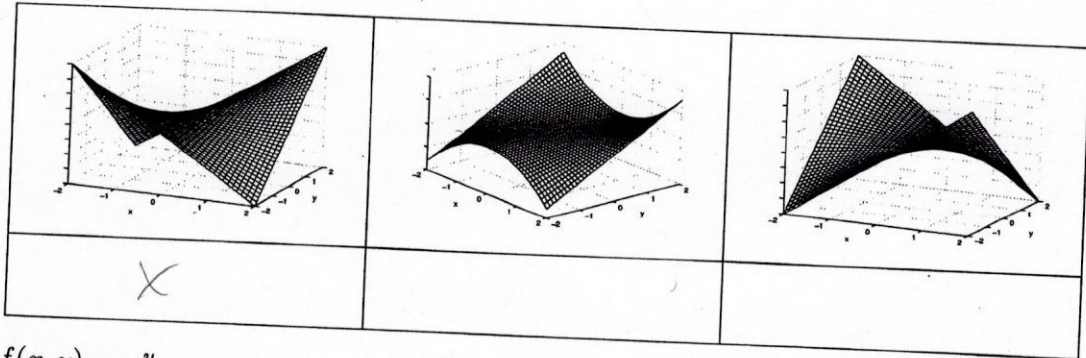
d) bab, ab, aba.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

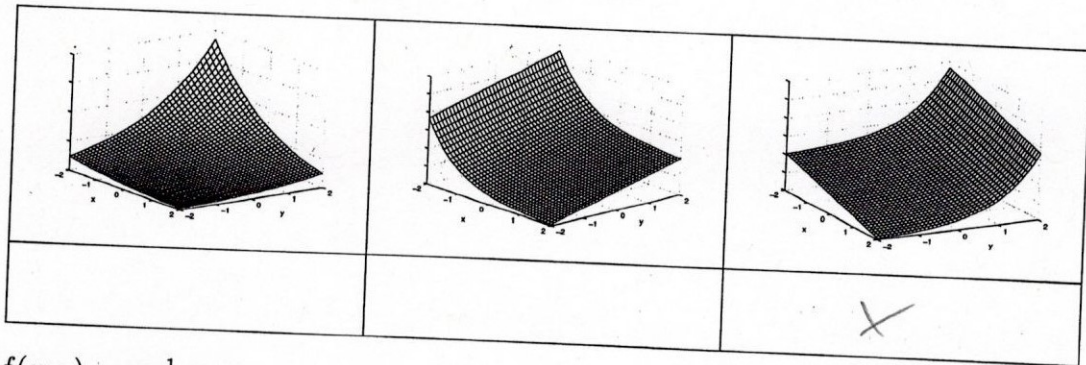
Kreuzen Sie jeweils an, welches Bild die angegebene Funktion darstellt.

Jedes richtige Kreuz zählt +2, jedes falsche -2 Punkte; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

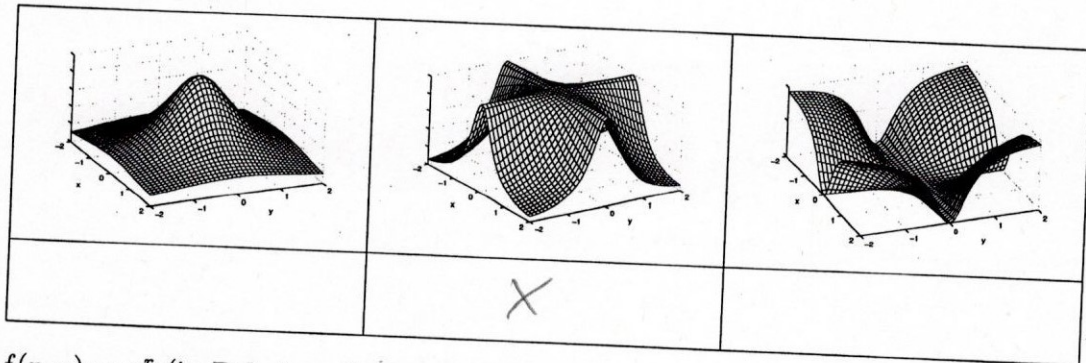
a) $f(x, y) = x \cdot y$



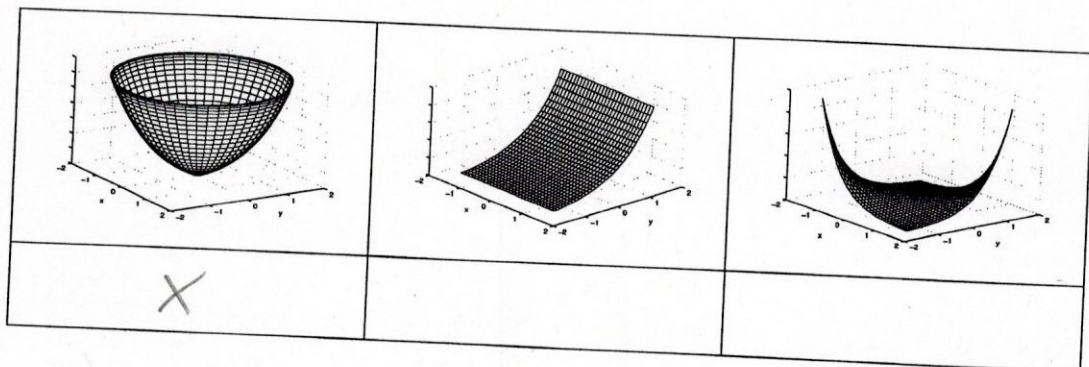
b) $f(x, y) = e^y - x$



c) $f(x, y) = \frac{1}{1+(x \cdot y)^2}$



d) $f(r, \varphi) = e^r$ (in Polarkoordinaten gegeben)



Aufgabe 3

$$\text{Es ist } J_f(x, y) = \begin{pmatrix} e^{xy} + xy e^{xy} & x^2 e^{xy} \\ 2x & -1 \end{pmatrix}$$

1. Schritt:

$$J_f(x_0, y_0) \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \end{pmatrix} = -f(x_0, y_0)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{-3} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x_0 \\ \Delta y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} +1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Schritt:

$$J_f(x_1, y_1) \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \end{pmatrix} = -f(x_1, y_1)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{-17} \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4/17 \\ 1/17 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4/17 \\ 1/17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30/17 \\ 1/17 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

$$a) \quad r^2 \cdot \sin \varphi = \underbrace{r}_{\sqrt{x^2+y^2}} \cdot \underbrace{r \cdot \sin \varphi}_y$$

$$\Rightarrow f(x, y) = \sqrt{x^2+y^2} \cdot y$$

$$b) \quad \int_D f(x, y) d(x, y) = \int_{r=0}^2 \int_{\varphi=0}^{\pi} r^2 \cdot \sin \varphi \cdot r d\varphi dr$$

$$= \int_{r=0}^2 r^3 dr \cdot \int_{\varphi=0}^{\pi} \sin \varphi d\varphi$$

$$= \frac{1}{4} r^4 \Big|_0^2 \cdot (-\cos \varphi) \Big|_0^{\pi}$$

$$= 4 \cdot (-(-1) - (-1))$$

$$= 8$$

Aufgabe 5 (maximal 6, minimal 0 Punkte)

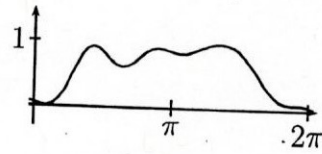
Kreuzen Sie an, ob die angegebenen Funktionen $u(x, t)$ Lösungen der entsprechenden partiellen Differentialgleichung für $c = 1$ oder für $c = -1$ ist, oder ob sie weder für $c = 1$ noch für $c = -1$ eine Lösung ist.

Jedes richtige Kreuz zählt +1, jedes falsche -1 Punkte; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

	$u(x, t) = \sin(x - t)$			$u(x, t) = e^x \cdot \sin(t)$		
	$c = 1$	$c = -1$	weder noch	$c = 1$	$c = -1$	weder noch
$\frac{\partial}{\partial x} u = c \cdot \frac{\partial}{\partial t} u$		X				X
$\frac{\partial^2}{\partial x^2} u = c \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} u$	X				X	
$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} u = c \cdot \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} u$		X				X

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Betrachtet wird die Fourierreihe der rechts dargestellten Funktion f .



Nun werden einzelne Fourierkoeffizienten modifiziert.

Welches der Bilder unten entsteht durch die genannte Modifikation? Tragen Sie die entsprechende Nummer ein!

(Nicht alle Bilder kommen vor!)

	Bild-Nr.
a_0 wird um 2 erhöht	4
a_1 wird um 2 erhöht	5
b_1 wird um 2 erhöht	2
a_3 wird um 2 erhöht	6

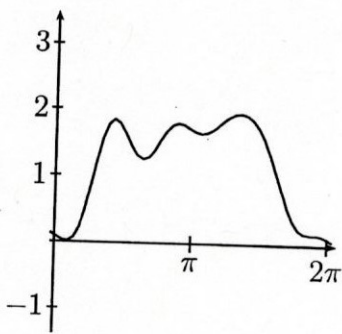


Bild 1

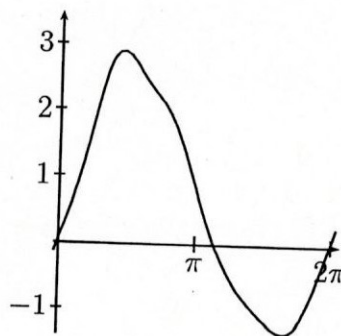


Bild 2

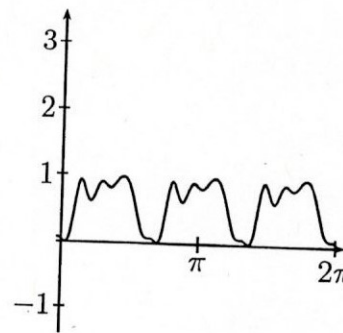


Bild 3

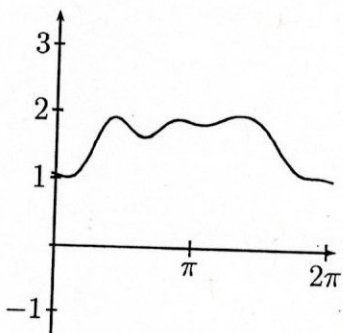


Bild 4

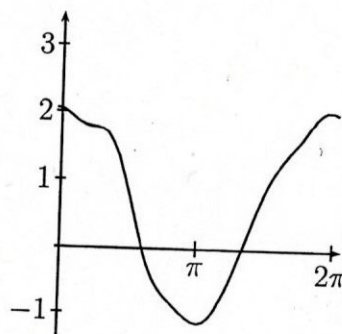


Bild 5

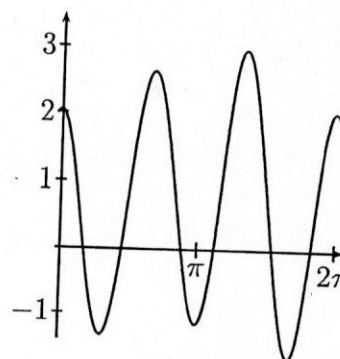


Bild 6

Aufgabe 7

$$\begin{aligned}c_1 &= \frac{1}{\sqrt{4}} \sum_{k=0}^3 f_k \cdot e^{-j \cdot \frac{2\pi k \cdot 1}{4}} \\&= \frac{1}{2} (2 \cdot e^{-j \cdot 0} + (-1) \cdot e^{-j \frac{\pi}{2}} + 4 \cdot e^{-j \cdot \pi} + 2 \cdot e^{-j \cdot \frac{3}{2}\pi}) \\&= \frac{1}{2} (2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-j) + 4 \cdot (-1) + 2 \cdot j) \\&= \frac{1}{2} (-2 + 3j) \\&= -1 + \frac{3}{2}j\end{aligned}$$

Da die f_k reell sind, ist

$$c_3 = c_{4-1} = c_1^* = -1 - \frac{3}{2}j$$

$$\text{Ferner: } c_5 = c_{4+1} = c_1 = -1 + \frac{3}{2}j$$

Aufgabe 8

a) $P(2 \text{ mal } \Delta \text{ bei } 6 \text{ Ziehungen})$

$$= \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$= \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{1}{3 \cdot 3} \cdot \frac{2^4}{3^4} = \frac{80}{243} \approx 0,33$$

b) $P(2 \times O, 3 \times \Delta, 1 \times \square)$

$$= \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{1}{6}$$



Anz. Mögl. der
Reihenfolgen

$$= \frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{54} \approx 0,09$$

Aufgabe 9 (2 + 6 + 4 = 12 Punkte)

Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit $\mu = 4$ und $\sigma = 1.5$. Die entsprechende Dichtefunktion sei f .

Indem man Ziehungsergebnisse, die kleiner als 2 oder größer als 5 sind, verwirft und solange neu zieht, bis man in den Bereich von 2 bis 5 kommt, erhält man eine neue Zufallsvariable Y . Diese hat die Dichtefunktion

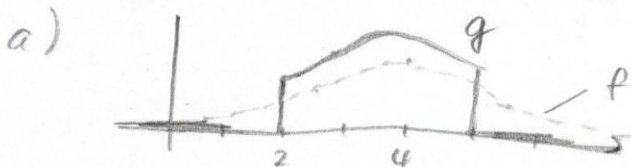
$$g(y) = \begin{cases} c \cdot f(y), & \text{falls } y \in [2, 5], \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

mit einer geeigneten Konstanten c .

- Skizzieren Sie g .
- Welchen Wert hat c (ungefähr)?
- Welchen Erwartungswert und welche Standardabweichung hat Y ungefähr. Kreuzen Sie den richtigen Wert an. (Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen)

Erwartungswert	
2	<input type="checkbox"/>
2.8352	<input type="checkbox"/>
3.5	<input type="checkbox"/>
3.6447	<input checked="" type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>
4.143	<input type="checkbox"/>

Standardabweichung	
-1.236	<input type="checkbox"/>
0.152	<input type="checkbox"/>
0.802	<input checked="" type="checkbox"/>
1.5	<input type="checkbox"/>
1.732	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>



b) Es muss $1 = \int_{-\infty}^{\infty} g(y) dy = c \cdot \int_2^5 f(y) dy = c \cdot P(X \in [2, 5])$ sein.

$$\begin{aligned} \text{Dabei ist } P(X \in [2, 5]) &= \Phi\left(\frac{5-4}{1.5}\right) - \Phi\left(\frac{2-4}{1.5}\right) \approx \Phi(0.67) - \Phi(-1.33) \\ &= \Phi(0.67) - (1 - \Phi(1.33)) \approx 0.75 - (1 - 0.91) \\ &= 0.66 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow c \approx \frac{1}{0.653} \approx 1.531$$