

(Name)	(Vorname)	(Matrikelnummer)						

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

29.07.2026

Prof. Georg Hoever

Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 06.08. statt.

Ggf. nötige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 14./15.08. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 11 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Hier die per Mail angekündigte rein statistische Frage. Die Beantwortung ist völlig freiwillig und hat keinerlei Auswirkungen auf die Notengebung zur Klausur:

Hintergrund: In der Corona-Zeit gab es zur Mathematik nur digitale Angebote; die Ergebnisse waren vergleichbar, vielleicht sogar ein bisschen besser, als in den Vorjahren. Im aktuellen Durchlauf gab es im Prinzip weiterhin sämtliche digitale Angebote und zusätzlich Präsenzangebote. Mich interessiert, wie viele von Ihnen weiterhin erfolgreich allein mit den digitalen Angeboten gelernt haben.

Frage: An wieviel Prozent der Präsenz-Plenumsveranstaltungen haben Sie teilgenommen (Prozentangabe zwischen 0 und 100%)? _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ_0	B.	Σ
Max	12	9	8	8	7	8	10	8	15	5	90	4	94

Note:

Aufgabe 1 (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Gegeben sind die Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$, $(b_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ und $(c_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ durch die rekursiven Definitionen

$$a_0 = 8, \quad a_{n+1} = 4 \cdot a_n - 7,$$

$$b_0 = 4, \quad b_{n+1} = 2 \cdot b_n + 1,$$

$$c_0 = 3, \quad c_{n+1} = 3 \cdot c_n - 2$$

sowie die drei (richtigen oder falschen) Behauptungen

$$a_n = 6 \cdot 4^n + 2,$$

$$b_n = 3 \cdot 2^n - 1,$$

$$c_n = 2 \cdot 3^n + 1.$$

Welcher Beweisteil (Induktionsanfang bzw. Induktionsschluss) gelingt oder gelingt nicht, wenn man die Aussagen versucht, mit vollständiger Induktion zu beweisen?

Kreuzen Sie die richtige Antwort oder „Enthaltung“ an. Beim „Induktionsanfang“ zählt eine richtige Antwort 1 Punkt und Enthaltung 0,5 Punkte, beim „Induktionsschluss“ zählt eine richtige Antwort 3 Punkte und Enthaltung 1,5 Punkte.

Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.

	Induktionsanfang			Induktionsschluss		
	gelingt	gelingt nicht	Enth.	gelingt	gelingt nicht	Enth.
für $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$						
für $(b_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$						
für $(c_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$						

Aufgabe 2 (4 + 2 + 3 = 9 Punkte)

Sei $\Sigma = \{a,b\}$ und Σ^* die Menge aller aus Σ bildbaren Worte inklusive dem leeren Wort „“.

Ein Wort $w \in \Sigma^*$ stehe in Relation zu den Worten wa und bw :

$$\forall w \in \Sigma^* : \quad w R wa \quad \text{und} \quad w R bw.$$

- a) Schreiben Sie sämtliche Worte aus Σ^* auf, die aus maximal drei Zeichen bestehen, und skizzieren Sie in dieser Teilmenge die angegebene Relation R .
- b) Gültige Worte seien alle $w \in \Sigma^*$ mit „“ $R^+ w$. Wie kann man die gültigen Worte anders charakterisieren?

(Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.)

- c) Listen Sie alle Worte $w \in \Sigma^*$ auf, für die gilt: $w R^+ baba$.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Betrachtet wird die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = xy + 2y - x^3 - y^2.$$

Ausgehend vom Startwert $(x_0, y_0) = (1, 1)$ und der Startschrittweite $\lambda_0 = 1$ soll ein Schritt des Gradientenverfahren zur Maximierung von f durchgeführt werden mit einer Schrittweitensteuerung wie in der Vorlesung vorgestellt und im Praktikum umgesetzt.

Welche Rechnungen werden durchgeführt und zu welchem Punkt (x_1, y_1) und zu welcher Schrittweite λ_1 kommt man nach einem Schritt?

Aufgabe 4 (4 + 4 = 8 Punkte)

a) Geben Sie eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ an, für die gilt

$$\text{grad } f(x, y) = (\cos(x) + \sin(y) + xy^2, x \cdot \cos(y) + x^2y + 2y).$$

b) Begründen Sie mit Hilfe des Satzes von Schwarz, dass es keine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ gibt mit

$$\text{grad } f(x, y) = (x \cdot e^{xy}, e^{xy^2}).$$

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Bestimmen Sie in Abhängigkeit vom Parameter $c \in \mathbb{R}$

$$\int_{K_2} \cos(x^2 + y^2 + c) \, d(x, y),$$

wobei K_2 der Kreis mit Radius 2 um den Ursprung ist.

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Führen Sie drei Schritte des Euler-Verfahrens zur Schrittweite 0.1 durch, um zu dem Anfangswertproblem

$$y' = y \cdot x + x, \quad y(1) = 2$$

eine Näherungslösung $y(1.3)$ zu erhalten.

Aufgabe 7 (10 Punkte, davon bis zu 4 Enthaltungspunkte)

Betrachtet wird eine 2π -periodische Funktion f sowie ihre Fourierreihe mit den üblichen Fourierkoeffizienten a_0 , a_n und b_n für alle $n \in \mathbb{N}$.

Kreuzen Sie in den Spalten der folgenden Tabellen jeweils die richtige Antwortmöglichkeit oder „Enthaltung“ an.

Bei a) zählt die richtige Antwort 2 Punkte und „Enthaltung“ 1 Punkt; bei b) und c) zählt die richtige Antwort 1,5 Punkte und „Enthaltung“ 0,5 Punkte.

a)

	Wenn $a_0 < 0$ ist, so ist f überall negativ.	Wenn f überall negativ ist, so ist $a_0 < 0$.
Stimmt.		
Stimmt nicht.		
Enthaltung		

b)

	Wenn f gerade ist,	Wenn f ungerade ist,
so sind alle a_n und b_n mit geradem n gleich 0		
so sind alle a_n und b_n mit ungeradem n gleich 0		
so sind alle a_n gleich 0		
so sind alle b_n gleich 0		
Enthaltung		

c)

	Wenn f konstant ist,	Wenn $f(x) = \sin(x + 1)$ ist,
so sind alle a_n und b_n gleich 0	außer a_0	
	außer a_1	
	außer b_1	
	außer a_1 und b_1	
	Enthaltung	

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten c_0 und c_1 der diskreten Fouriertransformation zu den acht Datenpunkten

$$f_0 = 2, \quad f_1 = 3, \quad f_2 = f_3 = 0, \quad f_4 = -2, \quad f_5 = f_6 = f_7 = 0.$$

Aufgabe 9 ($3 + 3 + 2 + 5 + 2 = 15$ Punkte)

Bei einem Fußballspiel kann man die Zeit zwischen zwei Toren bzw. von Beginn an bis zum nächsten Tor näherungsweise als exponentialverteilt annehmen.

- a) Wie wahrscheinlich ist bei $\lambda = 0.04 \text{ min}^{-1}$, dass die Mannschaft innerhalb von 30 Minuten ein Tor schießt?
- b) Welchen Parameter λ kann man einer Mannschaft zuordnen, wenn sie in 60% der vergangenen Spiele innerhalb einer Halbzeit (45 Minuten) mindestens ein Tor geschossen hat?
- c) Welchen Parameter λ kann man einer Mannschaft zuordnen, wenn sie in den vergangenen Spielen im Durchschnitt nach 30 Minuten ein Tor geschossen hat?
- d) Zwei Mannschaften mit Parametern $\lambda_1 = 0.01 \text{ min}^{-1}$ für Mannschaft 1 und $\lambda_2 = 0.02 \text{ min}^{-1}$ für Mannschaft 2 spielen gegeneinander.

Wie wahrscheinlich ist, dass Mannschaft 1 das Spiel innerhalb der regulären Spielzeit (90 Minuten) zu 0 (also kein Tor für Mannschaft 2) gewinnt?

- e) Hat die Mannschaft mit dem größeren oder dem kleineren Parameterwert eine größere Gewinnwahrscheinlichkeit für ein Spiel? Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 10 (5 Punkte)

Bei einem Zufallsexperiment, das natürliche Zahlen als Werte liefert, ergibt eine Stichprobe aus 9 Beobachtungen

4 mal „1“, 2 mal „3“, 1 mal „5“, 1 mal „6“, 1 mal „15“.

Geben Sie Mittelwert $\bar{x}$, Standardabweichung s und Median x_m der Stichprobe an.