

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

31.03.2026

Prof. Georg Hoever

Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | Σ ₀ | Bon. | Σ |
|---------|----|----|----|----|----|----|---|---|---|----------------|------|----|
| Max | 12 | 12 | 10 | 12 | 12 | 10 | 4 | 8 | 5 | 85 | 4 | 89 |
| | | | | | | | | | | | | |

Note:

Aufgabe 1 (2 + 2 + 8 = 12 Punkte)

Auf \mathbb{R} wird die Relation S definiert durch

$$(x, y) \in S \iff |x - y| \leq 1.$$

- a) Begründen Sie, dass S nicht transitiv ist.
- b) Begründen Sie, dass S nicht antisymmetrisch ist.
- c) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für $n \in \mathbb{N}$ gilt: $(0, n) \in S^n$.

Aufgabe 2 (8 + 4 = 12 Punkte)

Betrachtet wird die Funktion

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = \begin{pmatrix} \sin(xy) - x \\ x^2 - y \end{pmatrix}.$$

- a) Führen Sie einen Schritt des Newton-Verfahrens durch, um ausgehend von $(x_0, y_0) = (1, 0)$ eine Stelle (x, y) mit $f(x, y) = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ zu finden.
- b) Es ist $f(1, 0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Geben Sie damit und mit Hilfe der Ableitung eine (lineare) Näherung für $f(0.9, 0.1)$ an.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Berechnen Sie zu $D = [0, \frac{1}{2}] \times [0, \pi]$ das Integral

$$\int_D (x + y) \cdot \cos(x \cdot y) \, d(x, y).$$

Tipp: Spalten Sie das Integral entsprechend der Summe auf und verwenden Sie unterschiedliche Integrationsreihenfolgen!

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Transformieren Sie das Anfangswertproblem

$$y'' - y' \cdot y \cdot x = x^2, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 3$$

in ein Differenzialgleichungssystem erster Ordnung und bestimmen Sie einen Näherungswert für $y(1.2)$ mit Hilfe des Euler-Verfahrens zur Schrittweite $h = 0.1$.

Aufgabe 5 (4 + 1.5 + 4 + 2.5 = 12 Punkte)

Gegeben sind die sechs Datenpunkte

$$f_0 = 1, \quad f_1 = 4, \quad f_2 = 0, \quad f_3 = 3, \quad f_4 = -2, \quad f_5 = 0.$$

- a) Berechnen Sie den Koeffizienten a_1 bzgl. der *reellen* diskreten Fouriertransformation.
- b) Welche Koeffizienten bzgl. der *reellen* diskreten Fouriertransformation zu den f_k braucht man, um eine Rücktransformation durchzuführen?
(Sie brauchen die Koeffizienten nicht zu berechnen.)
- c) Berechnen Sie den Koeffizienten c_3 bzgl. der *komplexen* diskreten Fouriertransformation.
- d) 1) Welche Koeffizienten bzgl. der *komplexen* diskreten Fouriertransformation zu allgemeinen Datenpunkte f_0, \dots, f_5 braucht man, um eine Rücktransformation durchzuführen?
(Sie brauchen die Koeffizienten nicht zu berechnen.)
- 2) Welche Koeffizienten von 1) kann man einsparen, wenn man weiß, dass alle f_k reell sind?
Warum kann man sie einsparen?

Aufgabe 6 (10 Punkte, davon bis zu 5 Enthaltungspunkte)

Welche Gleichheiten gelten bei den folgenden Binomialkoeffizienten bzw. Fakultäten?

Welcher Ausdruck auf der rechten Seite stimmt mit dem linken Ausdruck übereinstimmt, oder gibt es keinen übereinstimmenden Ausdruck?

Kreuzen Sie den richtigen Tabelleneintrag (2 Punkte) oder Enthaltung (1 Punkt) an.

Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

| | | | | | |
|--|----------------------|---------------------------------|---------------------|--------------|-------|
| $\binom{1000}{800} + \binom{1000}{801} =$ | $\binom{2000}{1601}$ | $\binom{1001}{801}$ | $\binom{1001}{800}$ | keines davon | Enth. |
| | | | | | |
| $\binom{100}{0} + \binom{100}{1} + \dots + \binom{100}{100} =$ | 1 | $\binom{100}{101}$ | 2^{100} | keines davon | Enth. |
| | | | | | |
| $\binom{400}{150} =$ | $\binom{40}{15}$ | $\binom{400}{250}$ | $\binom{550}{150}$ | keines davon | Enth. |
| | | | | | |
| $\frac{(2n)!}{n!} =$ | 2 | $n!$ | $2n$ | keines davon | Enth. |
| | | | | | |
| $\frac{(n+1)!}{n!} =$ | 2 | $\left(1 + \frac{1}{n}\right)!$ | $n+1$ | keines davon | Enth. |
| | | | | | |

Aufgabe 7 ($2 + 2 = 4$ Punkte)

Skizzieren Sie jeweils eine Wahrscheinlichkeitsdichte f (inklusive der Skalierung der $f(x)$ -Achse) für folgende stetige Zufallsvariablen:

- a) Die Zufallsvariable liefert Zahlen im Intervall $[0, 6]$, wobei solche in $[0, 3]$ drei mal so häufig vorkommen wie solche in $[3, 6]$. Innerhalb der beiden Intervalle hat man eine Gleichverteilung.
- b) Die Zufallsvariable liefert Zahlen im Intervall $[0, 6]$, wobei ein Resultat in $[0, 2]$ genauso wahrscheinlich ist, wie eines in $[2, 6]$. Innerhalb der beiden Intervalle hat man eine Gleichverteilung.

Aufgabe 8 (4 + 4 = 8 Punkte)

- a) Betrachtet werden zwei faire Würfel, deren Seiten nicht mit 1 bis 6 sondern wie folgt beschriftet sind:

Würfel 1: 0 2 2 4 4 6

Würfel 2: 1 3 3 5 5 5

Begründen Sie, warum es besser ist, Würfel 2 zu nehmen, wenn gegeneinander gewürfelt wird und die höhere Zahl gewinnt.

- b) Man kann leicht nachrechnen, dass in der Situation von a) der Würfel 1 einen kleineren Erwartungswert hat als Würfel 2. Gibt es auch eine Beschriftung der Würfel, so dass zwar weiterhin Würfel 2 besser ist als Würfel 1, aber der Erwartungswert von Würfel 1 größer als der von Würfel 2 ist?

Falls ja, geben Sie eine solche Beschriftung an, falls nein, begründen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 9 (5 Punkte)

Sei

X eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 3$ und $\sigma = 2$ und

Y eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 2$ und $\sigma = 4$.

Bestimmen Sie $P(X \in [1; 5])$ und $P(Y \in [1; 5])$.