FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

24.09.2025

Klausur zum Fach
Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

> mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
>
> zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
>
> ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ_0	Bon.	Σ
Max	14	11	7	12	8	9	9	14	6	90	4	94

Note:

Aufgabe 1 $(2 + 4 + 8 = 14$ Punkte)

Auf $\mathbb{Z}_5 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sei die Relation R gegeben durch

$$R = \{(1,2),(2,1),(2,3),(2,4),(3,4),(4,5)\}.$$

a) Ist R antisymmetrisch? Begründen Sie Ihre Aussage!

b) Welche Relationspaare muss man mindestens hinzufügen, damit die Relation transitiv wird?

c) Gibt es Relationen S_1 bzw. S_2, so dass

   c1) $S_1 \circ R$ c2) $R \circ S_2$

   gleich

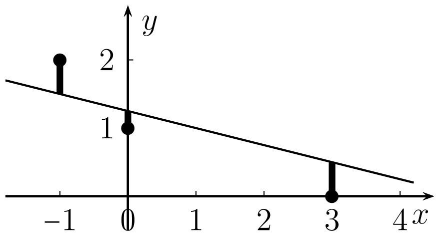
   $$\{(2,4),(3,2),(4,2)\}$$

   ist? Geben Sie eine entsprechende Relation an oder begründen Sie, warum es sie nicht gibt!

Aufgabe 2 (11 Punkte)

Berechnen Sie eine Ausgleichsgerade $g(x) = mx + a$ zu den drei Punkten

$$(-1, 2), \qquad (0, 1) \quad \text{und} \quad (3, 0),$$



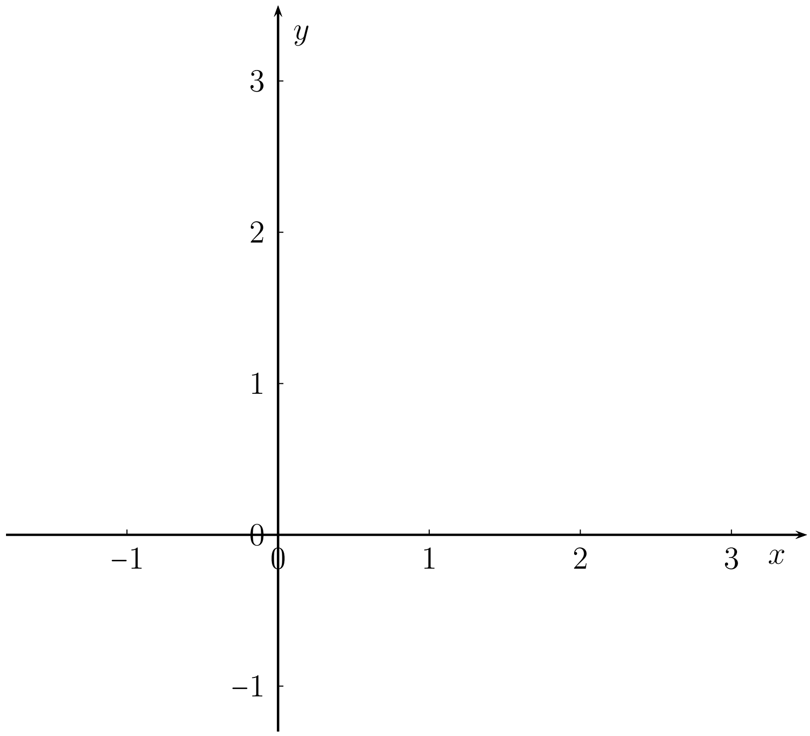
d.h. eine Gerade, so dass die Summe der Quadrate der markierten Abstände (in y-Richtung) minimal ist.

Aufgabe 3 ($3 + 4 = 7$ Punkte)

Sei

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2, \quad f(t) = \begin{pmatrix} \sin(\pi t) \\ \mathrm{e}^t \end{pmatrix}.$$

a) Skizzieren Sie f für $t \in [-1, 1]$ im Koordinatensystem.



b) Geben Sie eine Gleichung für die Tangente an die Kurve für $t = 0$ an, und zeichnen Sie die Tangente in das Koordinatensystem aus a) ein.

Aufgabe 4 (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Sind die Integrale $\int_D f(x,y)\,\mathrm{d}(x,y)$ zu den angegebenen Funktionen f und Integrationsbereichen D negativ, gleich Null oder positiv?

(K_R bezeichnet den Kreis in $\mathbb{R}^2$ mit Radius R um den Ursprung.)

Kreuzen Sie die richtige Antwort (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (E.) (1 Punkt) an!

Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.

Tipp: Versuchen Sie, sich den Integranden vorzustellen.

$\int_D f(x,y)\,\mathrm{d}(x,y)$		<0	$=0$	>0	E.
$f(x,y)=x^2y$	$D=[0,1]\times[-1,1]$				
	$D=[-1,1]\times[0,1]$				
	$D=K_1$				
f in Polarkoordinaten gegeben durch $f(r)=\sin(r)$	$D=K_\pi$				
	$D=K_{2\pi}$				
	$D=[0,1]\times[0,1]$				

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Führen Sie zwei Schritte des Heunverfahrens zum Anfangswertproblem

$$y' = x - y, \quad y(0) = 1$$

mit Schrittweite $h = 1$ aus.

Aufgabe 6 (2 + 7 = 9 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die 2π-periodische Funktion mit

$$f(x) = -1 \quad , \text{falls } x \in]-\pi, 0], \text{ und } \quad f(x) = +1 \quad , \text{falls } x \in]0, \pi].$$

a) Zeichnen Sie f.

b) Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten a_n und b_n zu f.

(Tipp: Nutzen Sie Symmetrieüberlegungen!)

Aufgabe 7 (9 Punkte)

Es wird ein „5 aus 25"-Lotto gespielt, d.h., aus 25 durchnummerierten Kugeln werden 5 Kugeln ohne Zurücklegen und ohne Beachtung der Reihenfolge gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie bei einem Tippzettel mit fünf angekreuzten Zahlen genau zwei Richtige haben?

Aufgabe 8 ($2 + 8 + 4 = 14$ Punkte, davon bis zu 4 Enthaltungspunkte)

Sei

X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable und

Y eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 3$ und $\sigma = 2$.

a) Zeichnen Sie die beiden Wahrscheinlichkeitsdichten f_X und f_Y in ein (gemeinsames) Koordinatensystem.

b) Geben Sie in der folgenden Tabelle an, ob der linke Ausdruck <, = oder > dem rechten Ausdruck ist, oder tragen Sie „E“ für Enthaltung ein.

Jeder richtig Eintrag zählt 2 Punkte, eine Enthaltung 1 Punkt; Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.

	<, =, > oder „E“	
$P(Y \in [2,4])$		$P(Y \in [3,5])$
$P(Y \in [1,4])$		$P(Y \in [2,5])$
$P(X \in [0,3])$		$P(Y \in [0,3])$
$P(X \in [-3,\infty[)$		$P(Y \in [-3,\infty[$

c) Geben Sie jeweils ein x_0 und ein y_0 an mit

$$P(X \leq x_0) = 0.9 \qquad \text{und} \qquad P(Y \leq y_0) = 0.9.$$

Aufgabe 9 (6 Punkte)

Ihnen wird folgendes Spiel vorgeschlagen:

Sie würfeln maximal drei Mal mit einem normalen fairen Würfel. Haben Sie beim k-ten Mal die erste 6, so erhalten Sie k Euro. Haben Sie nach 3 Würfen immer noch keine 6, bekommen Sie nichts.

Was ist ein fairer Einsatz für dieses Spiel?