

--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik  
und Informationstechnik

18.03.2025

Prof. Georg Hoever

## Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 31.03 statt.

Ggf. nötige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 03./04.04. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 7 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

\_\_\_\_\_  
(Unterschrift)

*Viel Erfolg!*

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma_0$	Bo.	$\Sigma$
Max	14	12	10	9	11	8	20	84	4	88

Note:

**Aufgabe 1** ( $2 + 2 + 8 + 2 = 14$  Punkte)

Sei  $\Sigma = \{1, 2, 3\}$  und  $\Sigma^*$  die Menge aller aus den Ziffern 1, 2 und 3 bildbaren Zahlen inklusive der „leeren“ Zahl „“.

Eine Zahl  $w \in \Sigma^*$  stehe in Relation  $R$  zu den Zahlen  $w3$  und  $w12$ :

$$\forall w \in \Sigma^* : \quad w R w3 \quad \text{und} \quad w R w12.$$

Gültige Zahlen seien alle  $w \in \Sigma^*$  mit „“  $R^+ w$ .

Sei ferner  $R_n := \{w \in \Sigma^* \mid \text{„“ } R^n w\}$ .

- a) Listen Sie alle Zahlen auf, die in  $R_2$  liegen.
- b) Wieviele Elemente enthält  $R_n$  (in Abhängigkeit von  $n$ )?
- c) Zeigen Sie formal mittels Induktion über  $n \in \mathbb{N}$ :

Für alle  $w \in R_n$  gilt, dass die Quersumme von  $w$  durch 3 teilbar ist.

- d) Geben Sie eine Zahl  $w \in \Sigma^*$  an, deren Quersumme durch 3 teilbar ist, die aber nicht gültig ist.

**Aufgabe 2** (12 Punkte, davon bis zu 4 Enthaltungspunkte)

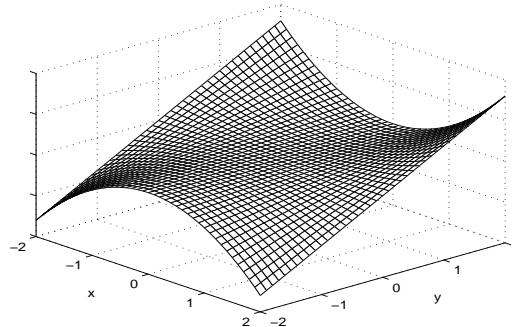
Welche Funktion erzeugt das nebenstehende „Funktionsgebirge“?

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (3 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an.

Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

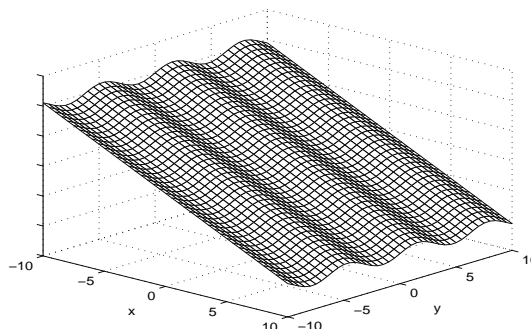
a)

$f(x, y) = x^2 + y$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = x^2 \cdot y$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = x + y^2$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = x \cdot y^2$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



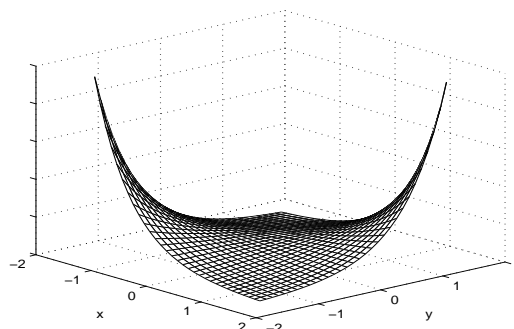
b)

$f(x, y) = \sin(x) - y$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = \sin(x - y)$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = \sin(y) - x$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = \sin(y - x)$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



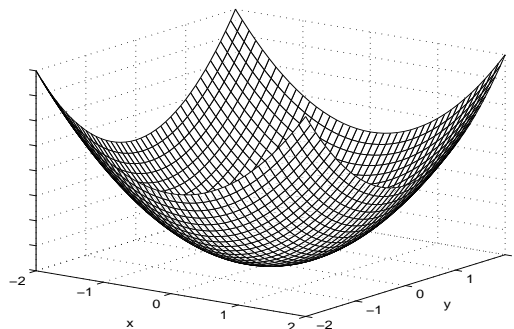
c)

$f(x, y) = e^{xy}$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = e^x \cdot e^y$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = e^{x^2 y^2}$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = e^{x^2} \cdot e^{y^2}$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



d)

$f(x, y) = (x + y)^2$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = x^2 + y^2$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = x^2 \cdot y^2$	<input type="checkbox"/>
$f(x, y) = (x + y) \cdot xy$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



**Aufgabe 3** (4 + 6 = 10 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  gegeben durch

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} \cos(xy^2) + z \\ x^2 \cdot \cos(y) \\ xyz^3 \end{pmatrix}.$$

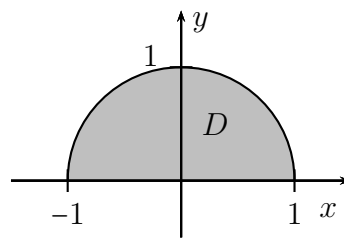
- a) Geben Sie die Jakobimatrix  $J_f$  zu  $f$  an.
- b) Führen Sie ausgehend von  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$  einen Schritt des mehrdimensionalen Newtonverfahrens zur Bestimmung einer Nullstelle von  $f$  aus.

**Aufgabe 4** (9 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f(x, y) = y^2.$$

Bestimmen Sie  $\int_D f(x, y) d(x, y)$  mit  $D$  als dem nebenstehend skizzierten Halbkreis.



**Aufgabe 5** (11 Punkte)

Betrachtet wird das Anfangswertproblem

$$y''' = y \cdot y'' - (y')^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -2, \quad y''(0) = 3.$$

Transformieren Sie das Anfangswertproblem in ein Differenzialgleichungssystem erster Ordnung und geben Sie mit dem Euler-Verfahren zur Schrittweite  $h = 0.1$  eine Approximation für  $y(0.2)$  an.

*Hinweis:* Sie brauchen nur die dazu relevanten Werte zu berechnen.

**Aufgabe 6** (8 Punkte)

Die Koeffizienten zur diskreten Fourier-Transformation der sechs Datenpunkte  $f_0, f_1, \dots, f_5$  sind

$$a_0 = 0.8, \quad a_1 = -0.5, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = 1.2,$$

$$b_1 = 0, \quad b_2 = 0.6.$$

Welchen Wert haben  $f_0$  und  $f_3$ ?

**Aufgabe 7** (4+4+(4+4+4) = 20 Punkte)

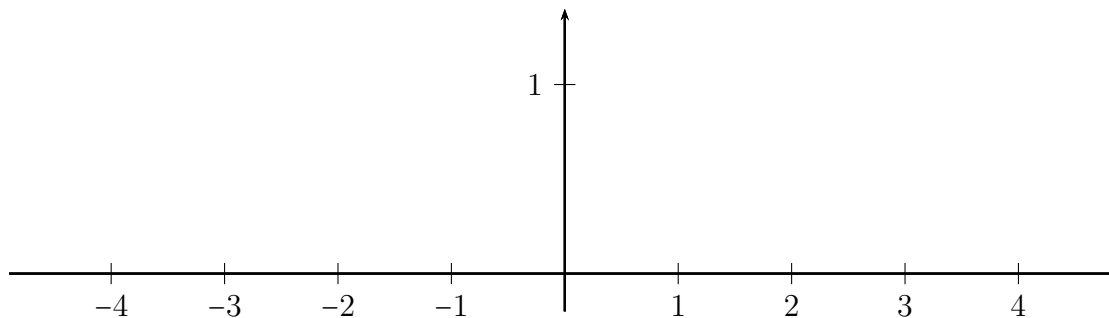
Betrachtet werden die drei Normalverteilungen:

$X_1$  mit  $\mu_1 = 3$  und  $\sigma_1 = 1$ ,

$X_2$  sei  $\mu_2 = -2$  und  $\sigma_2 = 0.5$ ,

$X_3$  sei  $\mu_3 = 0$  .

- a) Zeichnen Sie die drei Wahrscheinlichkeitsdichten zu  $X_1$ ,  $X_2$  und  $X_3$  mit  $\sigma_3 = 2$  gemeinsam in das folgende Koordinatensystem.



- b) Wie groß sind  $P(X_1 \in [2, 4])$  und  $P(X_2 \in [-2, -1])$ ?  
(Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.)
- c) Der Wert von  $\sigma$  für  $X_3$  wird so eingestellt, dass  $P(X_3 \in [0, 1]) = \frac{1}{4}$  ist.
- c1) Wie groß ist  $\sigma$ ?
- c2) Wie groß ist Wahrscheinlichkeit, bei 3 Realisierungen von  $X_3$  mindestens ein Mal einen Wert in  $[0, 1]$  zu beobachten?
- c3) Wie groß ist Wahrscheinlichkeit, bei 8 Realisierungen von  $X_3$  genau drei Mal einen Wert in  $[0, 1]$  zu beobachten?

*Hinweis:* Alle Teilaufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.