

--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

21.09.2023

Prof. Georg Hoever

Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 09.10. statt.

Ggf. nötige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 13.10. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Hier die per Mail angekündigte rein statistische Frage. Die Beantwortung ist völlig freiwillig und hat keinerlei Auswirkungen auf die Notengebung zur Klausur:

Hintergrund: In der Corona-Zeit gab es zur Mathematik nur digitale Angebote; die Ergebnisse waren vergleichbar, vielleicht sogar ein bisschen besser, als in den Vorjahren. Im aktuellen Durchlauf gab es im Prinzip weiterhin sämtliche digitale Angebote und zusätzlich Präsenzangebote. Mich interessiert, wie viele von Ihnen weiterhin erfolgreich allein mit den digitalen Angeboten gelernt haben.

Frage: An wieviel Prozent der Präsenz-Plenumsveranstaltungen haben Sie teilgenommen (Prozentangabe zwischen 0 und 100%)? _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ ₀	Bon.	Σ
Max	16	16	8	10	10	6	8	6	14	94	4	98

Note:

Aufgabe 1 (4 + 12 = 16 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Sei $\Sigma = \{a,b,c\}$ und Σ^* alle aus diesen Buchstaben bildbaren Wörter inklusive dem leeren Wort „“. Auf Σ^* sei durch die folgende Angabe eine Relation R definiert:

$w \in \Sigma^*$ steht in Relation zu aw , wb und cwc .

a) Geben Sie alle $w \in \Sigma^*$ mit „b“ $R^2 w$.

b) Gilt

„“ $R^+ w$

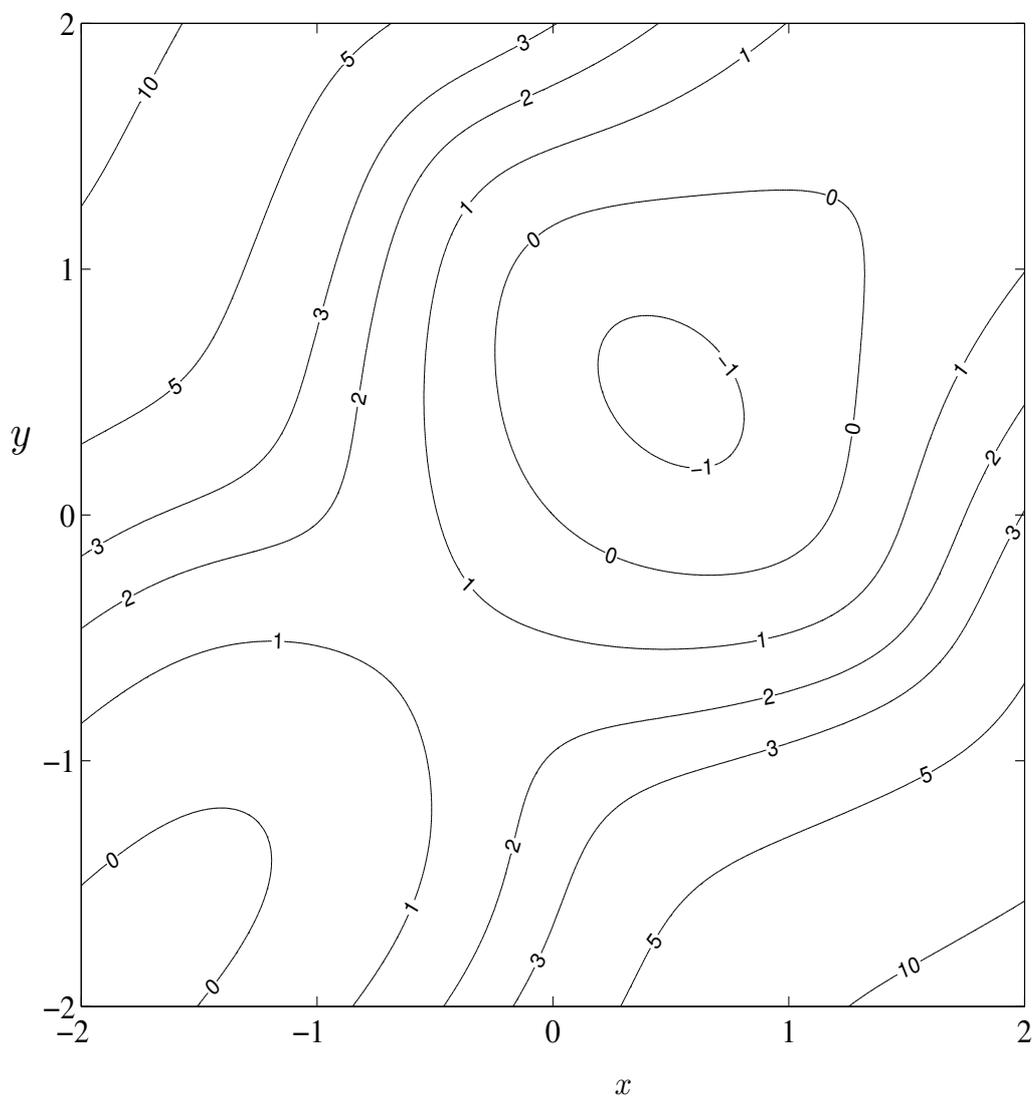
für die in der folgenden Tabelle angegebenen Wörter w ? Kreuzen Sie den richtigen Eintrag (2 Punkte) oder „Enthaltung (1 Punkt) an.

Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

	gilt	gilt nicht	Enth.
aacccc			
aaaccc			
aabbcc			
aaccbb			
acabcb			
acbccc			

Aufgabe 2 (16 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Das folgende Bild zeigt die Höhenlinien zu einer Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$.



Kreuzen Sie in der Tabelle auf der folgenden Seite jeweils die richtige Aussage (2 Punkte) oder die Enthaltungsspalte („E.“) (1 Punkt) an.

Hinweis: Es gibt jeweils genau eine richtige Aussage.

Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen.

			E.
Die Stelle $(x, y) = (-0.5, -0.5)$ ist	Minimalstelle		
	Maximalstelle		
	Sattelstelle		
Die Stelle $(x, y) = (0.5, 0.5)$ ist	Minimalstelle		
	Maximalstelle		
	Sattelstelle		
Für alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ gilt	$f(x, y) = f(y, x)$		
	$f(x, y) = f(x, -y)$		
	$f(x, y) = f(-x, -y)$		
$\text{grad } f(1, -1) \approx$	$(-1.64, 5.08)$		
	$(1.64, -5.08)$		
	$(5.08, -1.64)$		
$\text{grad } f(1.5, 0.5) \approx$	$(2.55, -0.81)$		
	$(-0.81, 2.55)$		
	$(0.13, 0.13)$		
$\frac{\partial}{\partial x} f(-1, 1) \approx$	-5.0		
	0.0		
	5.0		
$\frac{\partial}{\partial y} f(1, -0.5) \approx$	-3.9		
	1.5		
	2.8		
$\int_{[-2,2] \times [-2,2]} f(x, y) \, d(x, y)$	< 0		
	$= 0$		
	> 0		

Aufgabe 3 (8 Punkte)

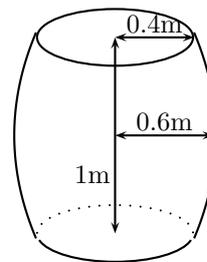
Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = 2x^2 - 4x + xy + yz.$$

Führen Sie ausgehend von $(x_0, y_0, z_0) = (-1, 2, 1)$ zwei Schritte des Gradientenverfahrens mit Schrittweite $\frac{1}{2}$ zur *Minimierung* von f durch.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Bestimmen Sie das Volumen eines 1m hohen Fasses, das an der dicksten Stelle einen Radius von 0.6m und am Boden und Deckel einen Radius von 0.4m hat, wobei das Fass parabelförmig gewölbt ist.

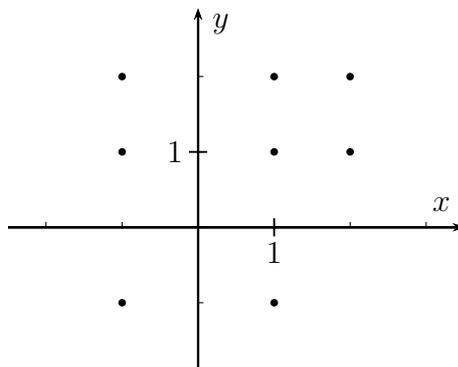


Aufgabe 5 (4 + 6 = 10 Punkte)

Betrachtet wird die Differentialgleichung

$$y' = x \cdot (1 - y).$$

- a) Zeichnen Sie in das Diagramm an den markierten acht Punkten die Richtungselemente für das Richtungsfeld der Differentialgleichung.



- b) Führen Sie zwei Schritte des Euler-Verfahrens zur Lösung des Anfangswertproblems mit $y(1) = 0$ zu der Differentialgleichung, Schrittweite 0.5, aus.

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Geben Sie Parameter $c, \lambda > 0$ an, so dass die Funktion

$$f(t, x) = \sin(ct + 2x) \cdot e^{\lambda x}$$

Lösung der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(t, x) = \frac{\partial}{\partial t} f(t, x)$$

ist.

Aufgabe 7 (8 Punkte)

Berechnen Sie die komplexen Fourierkoeffizienten c_0 und c_1 der diskreten Fouriertransformation zu den Datenpunkten

$$f_0 = 1, \quad f_1 = 2, \quad f_2 = 0, \quad f_3 = 1.$$

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Eine Bonbonfabrik stellt Kirsch- und Erdbeerbonbons her,

zu 60% Kirschbonbons und zu 40% Erdbeerbonbons.

Aus der Gesamtproduktion werden zufällig Tüten zu je 10 Bonbons zusammengestellt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Tüte mindestens drei Erdbeerbonbons enthält?

Aufgabe 9 (2 + 4 + 6 + 2 = 14 Punkte)

Die Zufallsvariable X sei exponentialverteilt mit Parameter λ . Die entsprechende Dichtefunktion sei f .

Indem man Ziehungsergebnisse, die größer als 3 sind, verwirft und solange neu zieht, bis man einen Wert kleiner oder gleich 3 hat, erhält man eine neue Zufallsvariable Y . Diese hat die Dichtefunktion

$$g(y) = \begin{cases} c \cdot f(y), & \text{falls } y \leq 3, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

mit einer geeigneten Konstanten c .

- a) Skizzieren Sie für $\lambda = \frac{1}{3}$ die Funktionen f (durchgezogen) und g (gestrichelt) in einem gemeinsamen Koordinatensystem.
- b) Sei λ beliebig. Welchen Wert hat c in Abhängigkeit vom Parameter λ ?
- c) Sei wieder konkret $\lambda = \frac{1}{3}$. (Dann ist $c = \frac{e}{e-1}$.)
 - c1) Berechnen Sie den Erwartungswert von Y .
 - c2) Welche Standardabweichung hat Y ? Schätzen Sie den Wert an Hand Ihrer Skizze aus a) ab, und kreisen Sie bei den folgenden Werten den richtigen (gerundeten) Wert ein.

−1.324 −0.784 0.005 0.143 0.333 0.845 1.358 1.5 1.892 3