

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

11.07.2022

Prof. Georg Hoever

Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 18.07. statt.

Ggf. nötige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 21.07. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ ₀	Bon.	Σ
Max	8	16	12	9	16	13	4	8	10	96	4	100

Note:

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt:

Die n -te Ableitung zu $f(x) = e^{2x}$ ist $f^{(n)}(x) = 2^n \cdot e^{2x}$.

Aufgabe 2 (16 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Sei M die Menge aller deutschen Orte. Auf M werden folgende Relationen betrachtet ($s, t \in M$)

$R: s R t :\Leftrightarrow s$ und t haben einen Abstand kleiner 100km,

$S: s S t :\Leftrightarrow s$ hat weniger Einwohner als t .

Welche Eigenschaften besitzen diese Relationen? Kreuzen Sie den jeweils richtigen Tabelleneintrag (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an.

Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.

	für R			für S		
	gilt	gilt nicht	Enth.	gilt	gilt nicht	Enth.
reflexiv						
transitiv						
symmetrisch						
antisymmetrisch						

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Gegeben sind die folgenden drei Punkte $P_k = (x_k, y_k)$:

$$P_1 = (0, 2), \quad P_2 = (1, 0) \quad \text{und} \quad P_3 = (3, 0).$$

Bestimmen Sie a und m so, dass für die Gerade $g(x) = mx + a$ die Summe der quadratischen Abstände

$$d = \sum_{k=1}^3 (g(x_k) - y_k)^2$$

minimal wird.

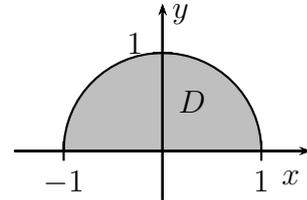
Aufgabe 4 (2 + 7 = 9 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 \cdot y$.

- a) Wie lautet die Darstellung von f in Polarkoordinaten?
- b) Berechnen Sie

$$\int_D f(x, y) \, d(x, y)$$

zu D als dem nebenstehend skizzierten Halbkreis.



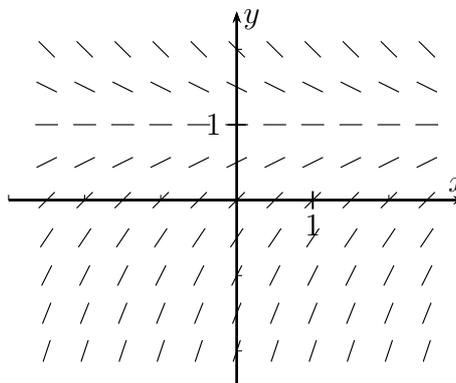
Aufgabe 5 (16 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Zu welcher Differentialgleichung gehört das nebenstehende Richtungsfeld?

Kreuzen Sie die richtige Antwort (4 Punkte) oder „Enthaltung“ (2 Punkte) an.

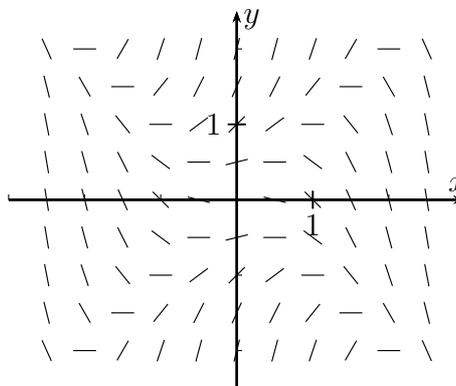
a)

$y' = 1 - x$	<input type="checkbox"/>
$y' = 1 - y$	<input type="checkbox"/>
$y' = 1 - x^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = 1 - y^2$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



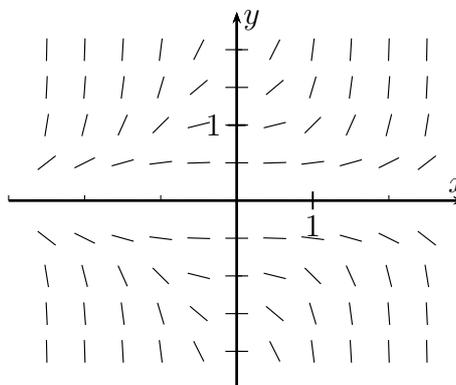
b)

$y' = x - y$	<input type="checkbox"/>
$y' = y - x$	<input type="checkbox"/>
$y' = x^2 - y^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = y^2 - x^2$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



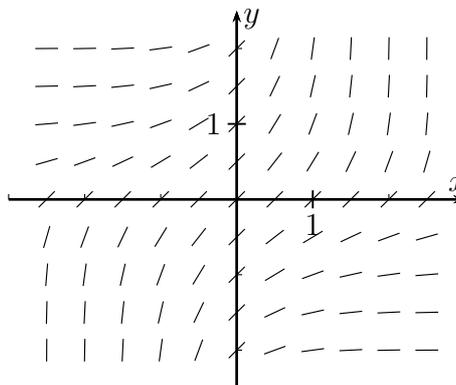
c)

$y' = x^2 \cdot y^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = x^2 \cdot y^3$	<input type="checkbox"/>
$y' = x^3 \cdot y^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = x^3 \cdot y^3$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



d)

$y' = e^{x+y}$	<input type="checkbox"/>
$y' = e^{xy}$	<input type="checkbox"/>
$y' = \frac{1}{e^{x+y}}$	<input type="checkbox"/>
$y' = \frac{1}{e^{xy}}$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



Aufgabe 6 (6 + 2 + 3 + 2 = 13 Punkte)

Zu den sechs Datenpunkten

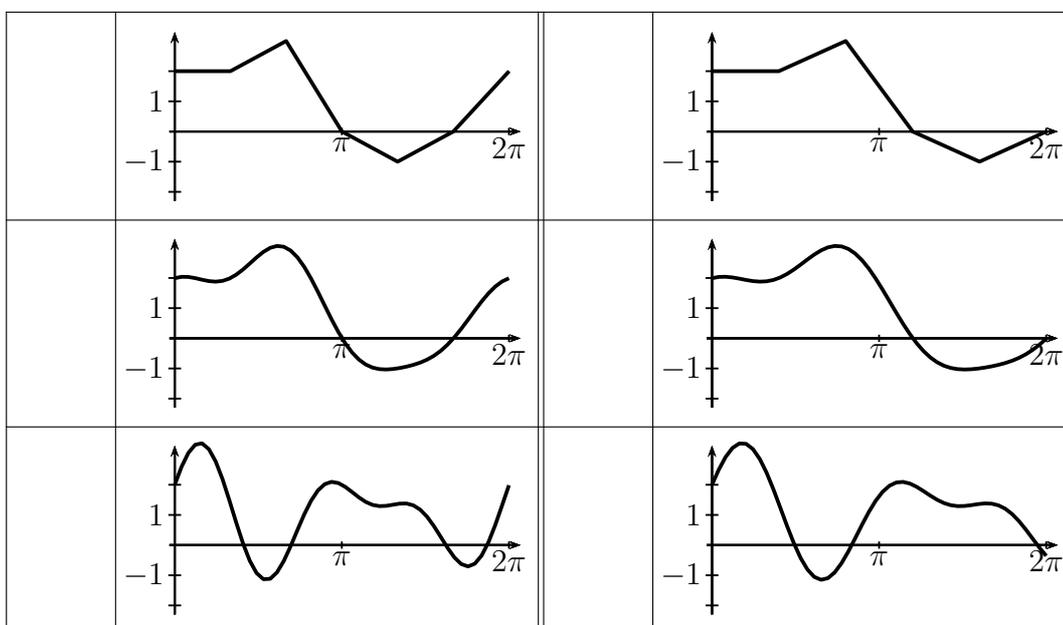
$$f_0 = 2, \quad f_1 = 2, \quad f_2 = 3, \quad f_3 = 0, \quad f_4 = -1 \quad \text{und} \quad f_5 = 0$$

wird die reelle diskrete Fourier-Transformation betrachtet.

- Berechnen Sie konkret die Koeffizienten a_0 und a_1 .
- Welche Koeffizienten braucht man noch, um daraus die Datenpunkte wieder zurückzurechnen?

(Sie brauchen diese Werte nicht zu berechnen!)

- Welche Datenpunkte $\tilde{f}_i, i = 0, \dots, 5$, erhält man, wenn man bei der Rücktransformation versehentlich $a_0 = 0$ setzt?
- Aus den Koeffizienten wird in üblicher Weise eine Interpolationsfunktion gebildet. Kreuzen Sie an, welches Bild die richtige Interpolationsfunktion zeigt?



Aufgabe 7 (4 Punkte)

Geben Sie den Wert von $\frac{\binom{160}{60}}{\binom{161}{100}}$ als gekürzten Bruch (nicht als Dezimalzahl!) an!

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Betrachtet werden zwei (faire) 8-seitige Würfel, die auf den acht Seiten die folgenden Zahlen tragen:

- Würfel 1: 0, 2, 2, 4, 4, 4, 6, 6
- Würfel 2: 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf mit beiden Würfeln Würfel 1 eine größere Zahl zeigt als Würfel 2?

Aufgabe 9 ($4 + 3 + 3 = 10$ Punkte)

(Sie brauchen Ihre Angaben für diese Aufgabe nicht zu begründen.)

Bei einer Großbäckerei schwankt das Gewicht der hergestellten Brötchen normalverteilt mit Standardabweichung $\sigma = 2$ g um den eingestellten Wert.

- a) Ein Großkunde wünscht Brötchen mit einem Gewicht von 50 g und toleriert Abweichungen von maximal 3 g. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt das Gewicht eines Brötchens in dem Toleranzrahmen?
- b) Der Großkunde verlangt, dass höchstens 5% um mehr als 3 g vom anvisierten Gewicht 50 g abweichen. Mit welcher Prozessgenauigkeit σ muss die Bäckerei arbeiten, um dies zu erfüllen?
- c) Die Bäckerei kann nur eine Standardabweichung von $\sigma = 1.7$ g erreichen und einigt sich mit dem Kunden darauf, dass sie Brötchen liefert, bei denen höchstens 2.5% leichter als 47g sind. Auf welchen Mittelwert muss die Maschine eingestellt werden, um dies zu erreichen?