

(Name)	(Vorname)	(Matrikelnummer)							

Fachbereich Elektrotechnik  
und Informationstechnik

19.07.2021

Prof. Georg Hoever

## Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Formelblätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 27.07. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 8 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

\_\_\_\_\_  
(Unterschrift)

*Viel Erfolg!*

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Bon.	Σ
Max	14	10	8	14	12	7	7	14	4	86+4

Note:

**Aufgabe 1** (3 + 2 + 3 + 6 = 14 Punkte)

Auf den reellen Zahlen  $\mathbb{R}$  wird eine Relation  $S$  definiert durch  $x S 2x$ , also

$$x S y \quad :\Leftrightarrow \quad y = 2x.$$

- a) Geben Sie vier verschiedene  $x \in \mathbb{R}$  an, für die  $x S^+ 12$  gilt.
- b) Ist  $S$  transitiv? Begründen Sie Ihre Aussage!
- c) Ist  $S$  antisymmetrisch? Begründen Sie Ihre Aussage!
- d) Zeigen Sie mit Hilfe von vollständiger Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$1 S^n 2^n.$$

**Aufgabe 2** (4 + 6 = 10 Punkte)

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, f(x, y) = \begin{pmatrix} y \cdot e^{xy} \\ xy^2 \\ (3x + y)^2 \end{pmatrix}.$$

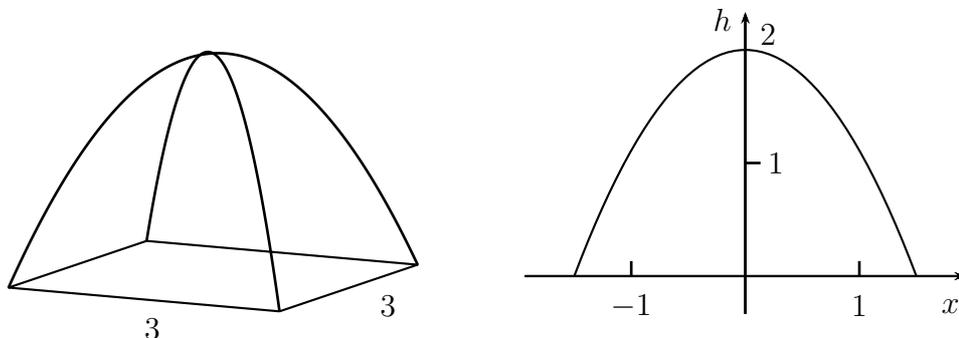
a) Geben Sie die Jacobimatrix zu  $f$  an.

b) Sei  $(x_0, y_0) = (0, 1)$ .

Geben Sie mit Hilfe von  $f(x_0, y_0)$  und der Jacobimatrix an der Stelle  $(x_0, y_0)$  eine (lineare) Näherung an für  $f(0.05, 0.9)$ .

**Aufgabe 3** (8 Punkte)

Welches Volumen  $V$  hat das unten links dargestellte Iglu-Zelt über einer quadratischen Grundfläche mit Seitenlänge 3 m und Höhe 2 m, das in der Seitenansicht von der Parabel  $h = 2 - \frac{8}{9}x^2$ , ( $x \in [-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$ ) (s. Skizze unten rechts) berandet wird, genauso in der  $y$ -Richtung?

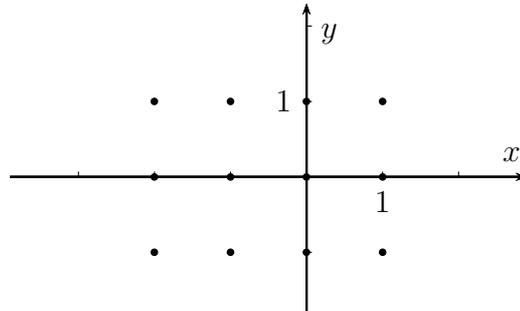


**Aufgabe 4** (4 + 10 = 14 Punkte)

Betrachtet wird die Differentialgleichung

$$y' = \frac{x}{y^2 + 1}.$$

- a) Zeichnen Sie in das Diagramm an den markierten zwölf Punkten ( $x = -2, -1, 0, 1$ ,  $y = -1, 0, 1$ ) die Richtungselemente für das Richtungsfeld der Differentialgleichung.



- b) Führen Sie

- b1) zwei Schritte des Euler-Verfahrens
- b2) einen Schritt des Heun-Verfahrens

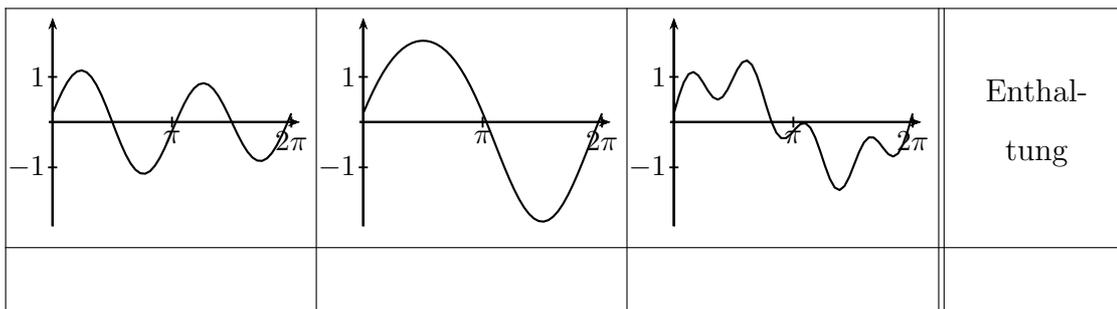
zur Lösung des Anfangswertproblems mit  $y(-2) = 1$  zu der Differentialgleichung, Schrittweite 0.5, aus.

**Aufgabe 5** (12 Punkte)

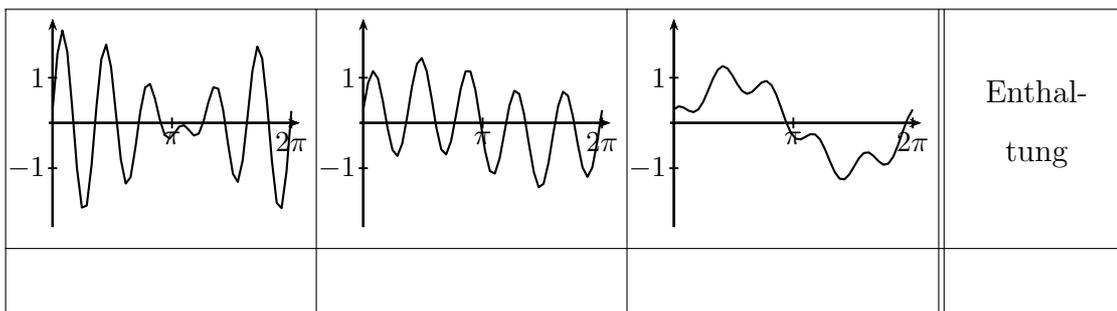
Welche der Bilder werden durch die übliche Fourierreihe mit den angegebenen Fourierkoeffizienten dargestellt? Alle nicht angegebenen Fourierkoeffizienten sind jeweils gleich Null.

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (3 Punkte) oder „Enthaltung“ (1.5 Punkte) an.

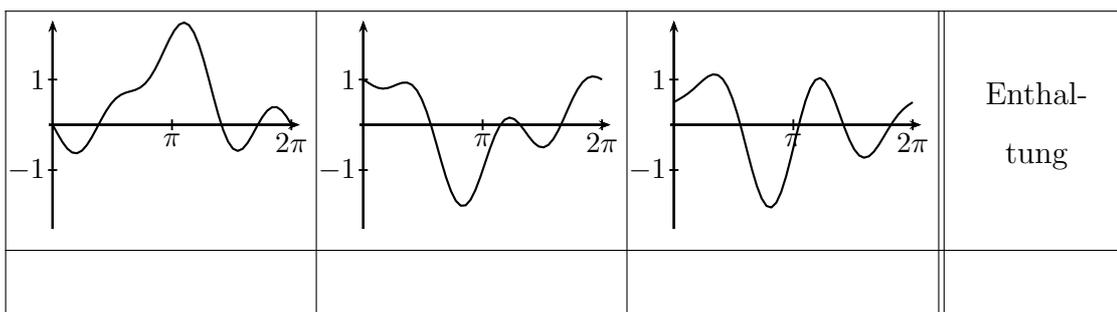
a)  $a_1 = 0.2, \quad b_2 = 1$



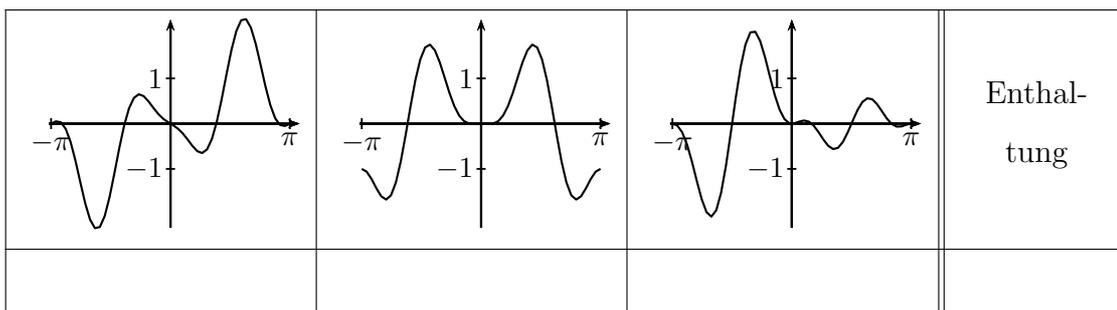
b)  $a_5 = 0.3, \quad b_1 = 1$



c)  $a_0 = 1, \quad a_1 = -1, \quad a_2 = 0.5, \quad b_3 = -0.5$



d)  $a_1 = 1, \quad a_2 = -1, \quad a_3 = -0.5, \quad a_4 = 0.5$  (Tipp: Symmetrie!)



**Aufgabe 6** (3 + 4 = 7 Punkte)

Zu den vier Daten

$$f_0 = 2, \quad f_1 = -1, \quad f_2 = 0, \quad f_3 = c$$

werden die Koeffizienten zur diskreten Fouriertransformation berechnet. Dabei ergeben sich

$$a_0 = 2, \quad a_1 = 1, \quad a_2 = 0 \quad \text{und} \quad b_1 = -2.$$

- a) Welchen Wert hat  $c$ ?
- b) Welchen Wert haben  $b_2$ ,  $b_3$  und  $a_4$ ?  
(Begründen Sie Ihre Angabe)

**Aufgabe 7** (7 Punkte)

Sie würfeln zehn mal mit einem normalen fairen Würfel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dabei höchstens zwei mal eine Sechs zu erhalten?

**Aufgabe 8** ( $3 + 3 + 2 + 4 + 2 = 14$  Punkte)

Bei einem Fußballspiel kann man die Zeit zwischen zwei Toren bzw. von Beginn an bis zum nächsten Tor näherungsweise als exponentialverteilt annehmen.

- a) Wie wahrscheinlich ist bei  $\lambda = 0.02 \text{ min}^{-1}$ , dass die Mannschaft innerhalb von 30 Minuten ein Tor schießt?
- b) Welchen Parameter  $\lambda$  kann man einer Mannschaft zuordnen, wenn sie in 30% der vergangenen Spiele innerhalb einer Halbzeit (45 Minuten) mindestens ein Tor geschossen hat?
- c) Welchen Parameter  $\lambda$  kann man einer Mannschaft zuordnen, wenn sie in den vergangenen Spielen im Durchschnitt nach 40 Minuten ein Tor geschossen hat?
- d) Zwei Mannschaften mit Parametern  $\lambda_1 = 0.01 \text{ min}^{-1}$  für Mannschaft 1 und  $\lambda_2 = 0.015 \text{ min}^{-1}$  für Mannschaft 2 spielen gegeneinander.

Wie wahrscheinlich ist, dass Mannschaft 1 das Spiel zu 0 (also kein Tor für Mannschaft 2) gewinnt?

- e) Hat die Mannschaft mit dem größeren oder dem kleineren Parameterwert eine größere Gewinnwahrscheinlichkeit für ein Spiel? Begründen Sie Ihre Aussage!