

(Name)	(Vorname)	(Matrikelnummer)							

Fachbereich Elektrotechnik  
und Informationstechnik

01.03.2021

Prof. Georg Hoever

## Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Formelblätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

\_\_\_\_\_

(Unterschrift)

*Viel Erfolg!*

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Max	12	8	10	8	6	6	8	10	12	80

Note:

**Aufgabe 1** (4 + 2 + 3 + 3 = 12 Punkte)

Sei  $\Sigma = \{a,b\}$  und  $\Sigma^*$  die Menge aller aus  $\Sigma$  bildbaren Worte inklusive dem leeren Wort „“.

Ein Wort  $w \in \Sigma^*$  stehe in Relation zu den Worten  $wa$  und  $bw$ :

$$\forall w \in \Sigma^* : \quad w R wa \quad \text{und} \quad w R bw.$$

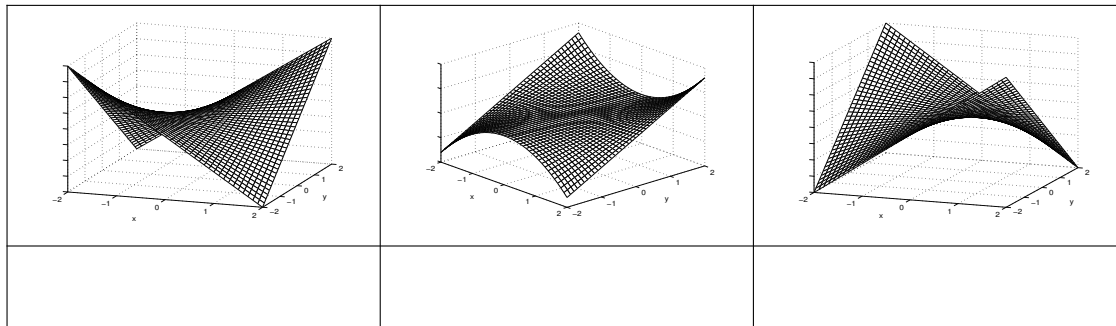
- a) Schreiben Sie sämtliche Worte aus  $\Sigma^*$  auf, die aus maximal drei Zeichen bestehen, und skizzieren Sie in dieser Teilmenge die angegebene Relation  $R$ .
- b) Gültige Worte seien alle  $w \in \Sigma^*$  mit „“  $R^+ w$ . Wie kann man die gültigen Worte anders charakterisieren?  
(Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.)
- c) Listen Sie alle  $w \in \Sigma^*$  auf, für die gilt:  $bab R^4 w$ .
- d) Listen Sie alle  $w \in \Sigma^*$  auf, für die gilt:  $w R^+ baba$ .

**Aufgabe 2** (8 Punkte)

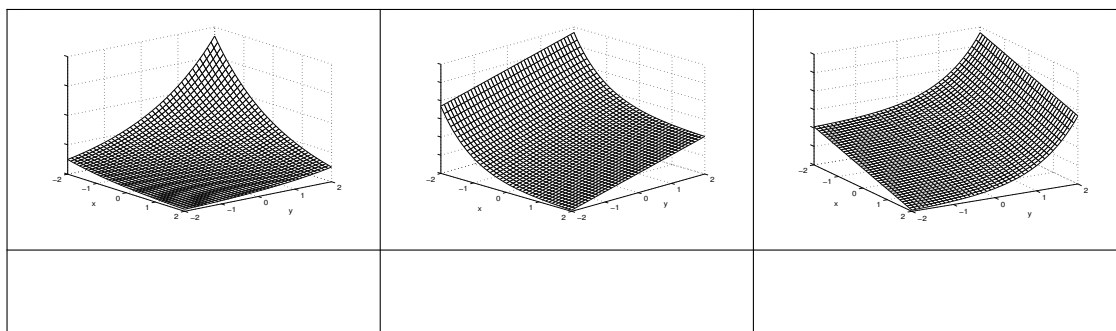
Kreuzen Sie jeweils an, welches Bild die angegebene Funktion darstellt.

Jedes richtige Kreuz zählt +2, jedes falsche -2 Punkte; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

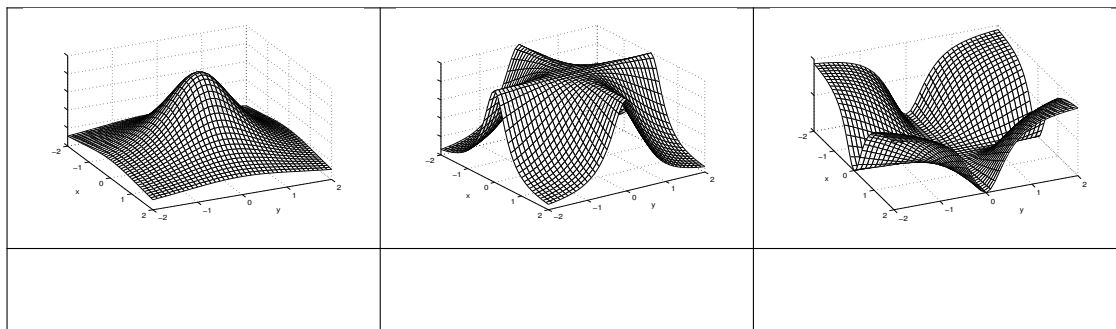
a)  $f(x, y) = x \cdot y$



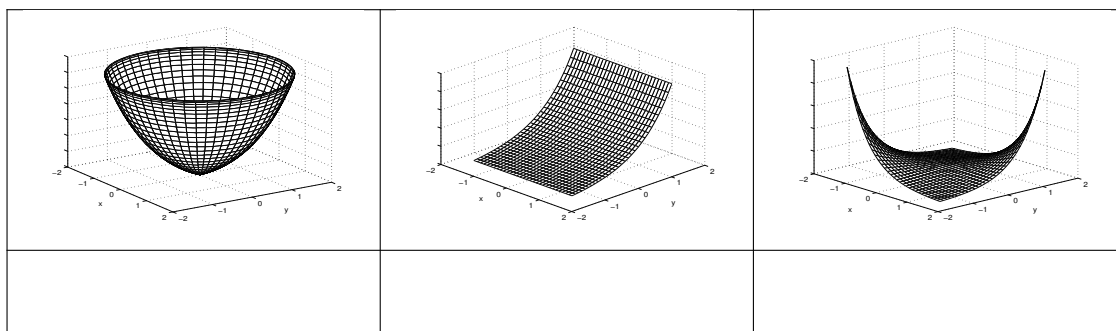
b)  $f(x, y) = e^y - x$



c)  $f(x, y) = \frac{1}{1+(x \cdot y)^2}$



d)  $f(r, \varphi) = e^r$  (in Polarkoordinaten gegeben)



**Aufgabe 3** (10 Punkte)

Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y) = \begin{pmatrix} x \cdot e^{xy} - 2 \\ x^2 - y - 3 \end{pmatrix}.$$

Führen Sie ausgehend von  $\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  zwei Schritte des Newton-Verfahrens zur Bestimmung einer Nullstelle von  $f$  aus.

**Aufgabe 4** (2 + 6 = 8 Punkte)

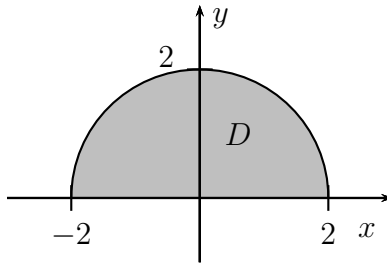
Die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  sei in Polarkoordinaten gegeben durch

$$f(r, \varphi) = r^2 \cdot \sin \varphi.$$

a) Wie lautet die Darstellung von  $f$  in kartesischen Koordinaten?

(Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen.)

b) Berechnen Sie  $\int_D f(x, y) \, d(x, y)$  zu  $D$  als dem unten dargestellten Halbkreis.



**Aufgabe 5** (maximal 6, minimal 0 Punkte)

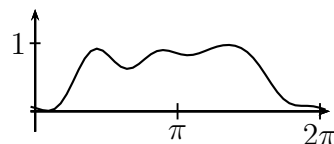
Kreuzen Sie an, ob die angegebenen Funktionen  $u(x, t)$  Lösungen der entsprechenden partiellen Differentialgleichung für  $c = 1$  oder für  $c = -1$  ist, oder ob sie weder für  $c = 1$  noch für  $c = -1$  eine Lösung ist.

Jedes richtige Kreuz zählt +1, jedes falsche -1 Punkte; kein Eintrag zählt 0 Punkte.

	$u(x, t) = \sin(x - t)$			$u(x, t) = e^x \cdot \sin(t)$		
	$c = 1$	$c = -1$	weder noch	$c = 1$	$c = -1$	weder noch
$\frac{\partial}{\partial x} u = c \cdot \frac{\partial}{\partial t} u$						
$\frac{\partial^2}{\partial x^2} u = c \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} u$						
$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} u = c \cdot \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} u$						

**Aufgabe 6** (6 Punkte)

Betrachtet wird die Fourierreihe der rechts dargestellten Funktion  $f$ .



Nun werden einzelne Fourierkoeffizienten modifiziert.

Welches der Bilder unten entsteht durch die genannte Modifikation? Tragen Sie die entsprechende Nummer ein!

(Nicht alle Bilder kommen vor!)

	Bild-Nr.
$a_0$ wird um 2 erhöht	
$a_1$ wird um 2 erhöht	
$b_1$ wird um 2 erhöht	
$a_3$ wird um 2 erhöht	

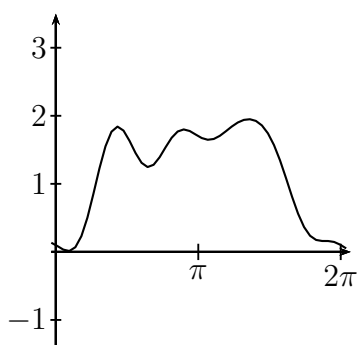


Bild 1

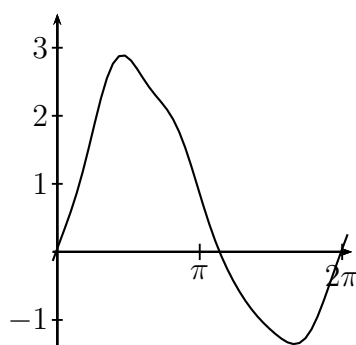


Bild 2

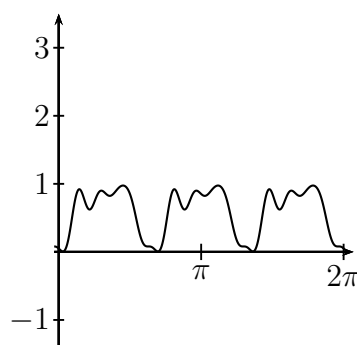


Bild 3

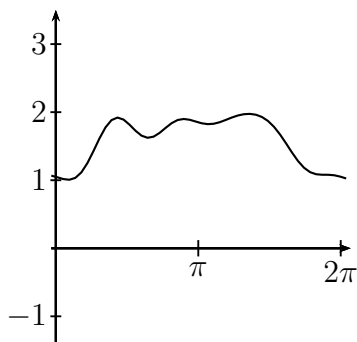


Bild 4

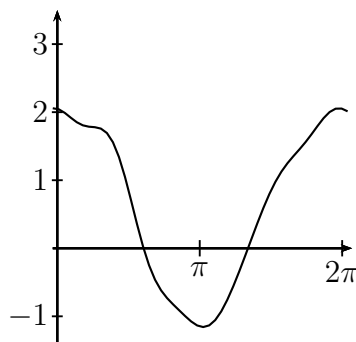


Bild 5

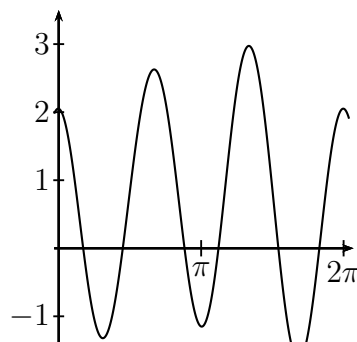


Bild 6

**Aufgabe 7** (8 Punkte)

Wie lauten die komplexen Fourierkoeffizienten  $c_1$ ,  $c_3$  und  $c_5$  der diskreten Fouriertransformation zu den vier Datenpunkten

$$f_0 = 2, \quad f_1 = -1, \quad f_2 = 4, \quad f_3 = 2?$$



**Aufgabe 8** (4 + 6 = 10 Punkte)

Ein Zufallsexperiment  $X$  hat als Ergebnis die Werte  $\circ$ ,  $\triangle$  oder  $\square$  mit den Wahrscheinlichkeiten

$$P(X = \circ) = \frac{1}{2}, \quad P(X = \triangle) = \frac{1}{3}, \quad P(X = \square) = \frac{1}{6}.$$

Eine Ziehung besteht aus einer 6-fachen Wiederholung des Zufallsexperiments.

- a) Wie wahrscheinlich ist, dass ein Ziehungsergebnis genau 2  $\triangle$  besitzt?
- b) Wie wahrscheinlich ist, dass ein Ziehungsergebnis (unabhängig von der Reihenfolge) aus zwei  $\circ$ , drei  $\triangle$  und einem  $\square$  besteht?

**Aufgabe 9** ( $2 + 6 + 4 = 12$  Punkte)

Die Zufallsvariable  $X$  sei normalverteilt mit  $\mu = 4$  und  $\sigma = 1.5$ . Die entsprechende Dichtefunktion sei  $f$ .

Indem man Ziehungsergebnisse, die kleiner als 2 oder größer als 5 sind, verwirft und solange neu zieht, bis man in den Bereich von 2 bis 5 kommt, erhält man eine neue Zufallsvariable  $Y$ . Diese hat die Dichtefunktion

$$g(y) = \begin{cases} c \cdot f(y), & \text{falls } y \in [2, 5], \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

mit einer geeigneten Konstanten  $c$ .

- Skizzieren Sie  $g$ .
- Welchen Wert hat  $c$  (ungefähr)?
- Welchen Erwartungswert und welche Standardabweichung hat  $Y$  ungefähr. Kreuzen Sie den richtigen Wert an. (Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen)

Erwartungswert	
2	<input type="checkbox"/>
2.8352	<input type="checkbox"/>
3.5	<input type="checkbox"/>
3.6447	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>
4.143	<input type="checkbox"/>

Standardabweichung	
-1.236	<input type="checkbox"/>
0.152	<input type="checkbox"/>
0.802	<input type="checkbox"/>
1.5	<input type="checkbox"/>
1.732	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>