
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

06.07.2020

Klausur zum Fach
Höhere Mathematik 2 für (Wirtschafts-)Informatik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Das Verlassen des Hörsaals während der Klausur ist nicht gestattet.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 8 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
Max	13	14	8	16	8	7	4	10	80

Note:

Aufgabe 1 (3 + 10 = 13 Punkte)

Auf $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$ sei die Relation R definiert durch

$$k\,R\,l \quad :\Leftrightarrow \quad l = k + 3 \quad \text{oder} \quad l = k - 2.$$

a) Geben Sie alle $l \in \mathbb{N}_0$ an, für die $5\ R^2\ l$ gilt.

b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, \ldots\}$ gilt:

$$0\ R^{2n}\ n.$$

Aufgabe 2 $(5+5+4=14$ Punkte)

Sei

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R},\ f(x,y) \ = \ y\cdot \mathrm{e}^{-x^2+4y}.$$

a) Bestimmen Sie den stationären Punkt $\mathbf{x}_0$ von f.

b) Geben Sie mittels einer linearen Näherung an der Stelle $(2,1)$ eine Approximation für $f(1.95;1.1)$ an.

c) In dem stationären Punkt $\mathbf{x}_0$ aus a) gilt

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}f(\mathbf{x}_0)>0 \qquad \text{und} \qquad \frac{\partial^2}{\partial y^2}f(\mathbf{x}_0)>0. \tag{$*$}$$

(Das brauchen Sie nicht zu zeigen.)

Welche Aussagen bezüglich der Art des stationären Punkts (Maximalstelle, Minimalstelle oder Sattelstelle), also Aussagen wie „könnte …-stelle sein“ oder „ist garantiert keine …-stelle“, kann man allein aus $(*)$ ableiten?

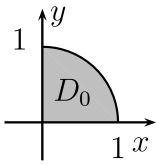
Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 3 (maximal 8, minimal 0 Punkte)

Betrachtet wird das Integral $\int_D x^2 y \, \mathrm{d}(x, y)$ zu verschiedenen Integrationsgebieten D.

Sei I_0 der Wert des Integrals zu dem nebenstehend dargestellten Viertelkreis:

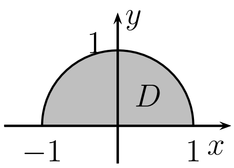
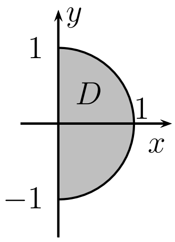
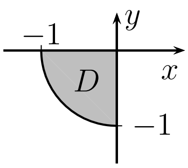
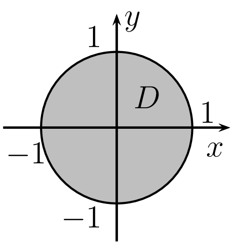
$$I_0 \;=\; \int\limits_{D_0} x^2 y \, \mathrm{d}(x, y).$$



Kreuzen Sie zu den in der folgenden Tabelle dargestellten Integrationsgebieten an, welchen Wert jeweils das entsprechende Integral hat.

Jeder richtige Eintrag zählt +2 Punkte, jeder falsche −1; kein Eintrag zählt 0 Punkte. Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.

Tipp: Sie brauchen die Integrale nicht zu berechnen. Beachten Sie den Integranden!

	$-I_0$	0	I_0	$2I_0$	$4I_0$
					
					
					
					

Aufgabe 4 $(3 + 6 + 7 = 16$ Punkte)

Betrachtet wird das Anfangswertproblem

$$y'' \;=\; y - x \cdot y' + x^2, \qquad y(2) = 3,\; y'(2) = 1.$$

a) Transformieren Sie die Differentialgleichung inklusive der Anfangsbedingungen in ein Differentialgleichungssystem erster Ordnung.

b) Führen Sie einen Schritt des Euler-Verfahrens zur Schrittweite 0.1 durch.

c) Führen Sie einen Schritt des Heun-Verfahrens zur Schrittweite 0.1 durch.

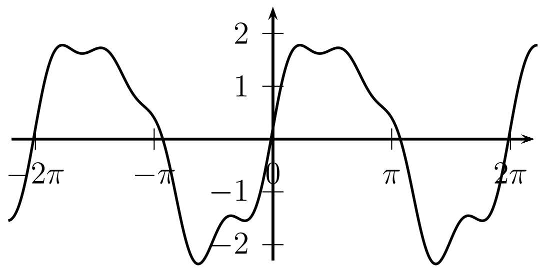
Aufgabe 5 (maximal 8, minimal 0 Punkte)

Welche Spalte zeigt die richtigen ersten Fourierkoeffizienten zu der links dargestellten 2π-periodischen Funktion?

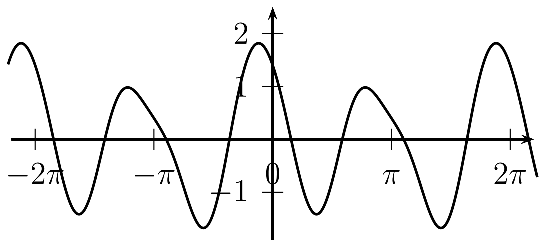
(Die weiteren Fourierkoeffizienten sind irgendwelche reellen Zahlen.)

Kreuzen Sie die richtige Spalte an!

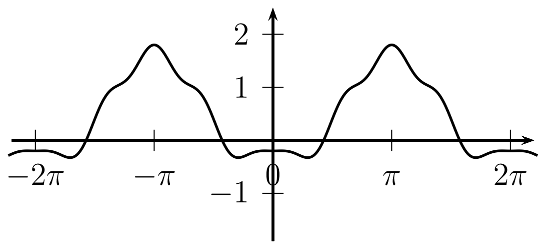
Jeder richtige Eintrag zählt +2 Punkte, jeder falsche −1; kein Eintrag zählt 0 Punkte. Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.



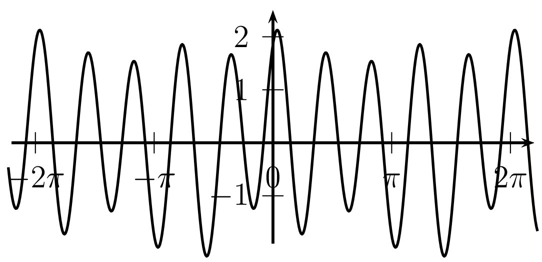
$a_0 = 0$	$a_0 = 0$	$a_0 = 0$	$a_0 = 0$
$a_1 = 2$	$a_1 = 0.1$	$a_1 = 0.1$	$a_1 = 0.1$
$a_2 = 0.2$	$a_2 = 2$	$a_2 = 0.2$	$a_2 = 0.2$
$b_1 = 0.1$	$b_1 = 0.2$	$b_1 = 2$	$b_1 = 0.1$
$b_2 = 0.1$	$b_2 = 0.1$	$b_2 = 0.1$	$b_2 = 2$



$a_0 = 0$	$a_0 = 1.2$	$a_0 = 0$	$a_0 = 1.2$
$a_1 = 1$	$a_1 = 1$	$a_1 = 0.3$	$a_1 = 0.3$
$a_2 = 0.3$	$a_2 = 0.3$	$a_2 = 1$	$a_2 = 1$
$b_1 = -1$	$b_1 = -1$	$b_1 = 0.1$	$b_1 = 0.1$
$b_2 = 0.1$	$b_2 = 0.1$	$b_2 = -1$	$b_2 = -1$



$a_0 = -1$	$a_0 = 1$	$a_0 = -1$	$a_0 = 1$
$a_1 = -1$	$a_1 = -1$	$a_1 = 0$	$a_1 = 0$
$a_2 = 0.2$	$a_2 = 0.2$	$a_2 = 0$	$a_2 = 0$
$b_1 = 0$	$b_1 = 0$	$b_1 = -1$	$b_1 = -1$
$b_2 = 0$	$b_2 = 0$	$b_2 = 0.2$	$b_2 = 0.2$



$a_0 = 5$	$a_0 = 0.1$	$a_0 = -0.2$	$a_0 = 0.1$
$a_1 = 0.1$	$a_1 = 5$	$a_1 = 0.2$	$a_1 = 0.2$
$a_2 = 0.2$	$a_2 = 0.1$	$a_2 = 5$	$a_2 = 0.1$
$b_1 = -0.1$	$b_1 = -0.1$	$b_1 = 0.1$	$b_1 = 0.1$
$b_2 = 0.1$	$b_2 = 0.1$	$b_2 = -0.1$	$b_2 = -0.1$

Aufgabe 6 (7 Punkte)

Wieviel maximal 8-stellige Zahlen (also Zahlen zwischen 1 und 99999999) gibt es, die genau drei Vieren, zwei Sechsen und eine Acht als Ziffern besitzen?

Aufgabe 7 ($2 + 2 = 4$ Punkte)

Skizzieren Sie jeweils eine Wahrscheinlichkeitsdichte f (inklusive der Skalierung der $f(x)$-Achse) für folgende stetige Zufallsvariablen:

a) Die Zufallsvariable liefert Zahlen im Intervall $[0, 4]$, wobei solche in $[0, 2]$ doppelt so häufig vorkommen wie solche in $[2, 4]$. Innerhalb der beiden Intervalle hat man eine Gleichverteilung.

b) Die Zufallsvariable liefert Zahlen im Intervall $[0, 4]$, wobei ein Resultat in $[0, 1]$ genauso wahrscheinlich ist, wie eines in $[1, 4]$. Innerhalb der beiden Intervalle hat man eine Gleichverteilung.

Aufgabe 8 $(4 + 2 + 4 = 10$ Punkte)

Bei einer wenig befahrenen Straße soll die Zeit zwischen zwei vorbeifahrenden Autos (die sogenannte Zwischenankunftszeit) als exponentialverteilt angenommen werden. Es wird beobachtet, dass in 50% der Fälle die Zwischenankunftszeit mehr als zwei Minuten beträgt.

a) Welchem Parameter λ der Exponentialverteilung entspricht das?

b) Was ist bei diesem λ der Erwartungswert der Zwischenankunftszeiten?

c) Wie wahrscheinlich ist, dass zwei Autos einen Abstand kleiner als 30 Sekunden haben?