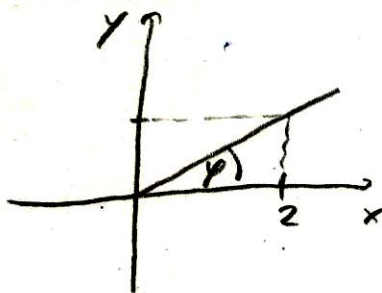


Aufgabe 1

In der (x, y) -Ebene ist

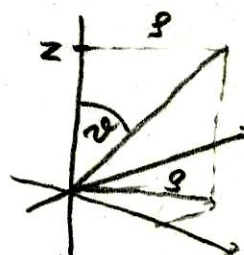


$$\text{Also: } \tan \varphi = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 2 \cdot \tan 0.4 \approx 0.846$$

$$\text{Damit ist } s = \sqrt{x^2 + y^2} \approx 2.17$$

$$\text{Es ist } \tan \vartheta = \frac{s}{2}$$

$$\Rightarrow z = \frac{s}{\tan \vartheta} \approx \frac{2.17}{\tan 0.5} \approx 3.97$$



$$\text{Also ist } P \approx (2; 0.846; 3.97)$$

Aufgabe 2

$$a) J_f(x, y) = \begin{pmatrix} e^{xy} + xy e^{xy} & x^2 e^{xy} \\ 2x & -1 \end{pmatrix}$$

$$b) 1. \text{ Schritt: } J_f(1, 0) \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = -f(1, 0)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

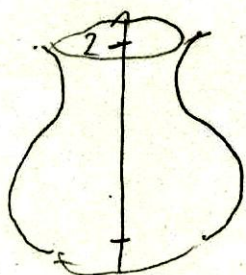
$$2. \text{ Schritt: } J_f(2, 0) \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = -f(2, 0)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \frac{1}{-17} \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{17} \\ \frac{1}{17} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{4}{17} \\ \frac{1}{17} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{30}{17} \\ \frac{1}{17} \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3



$$V = \int_0^2 \pi \cdot (f(z))^2 dz$$

$$= \int_0^2 \pi \left(1 + \frac{1}{2} \sin(\pi z) \right)^2 dz$$

$$= \pi \cdot \int_0^2 \left(1 + \underbrace{\sin(\pi z)}_{\text{Sym.}} + \frac{1}{4} \sin^2(\pi z) \right) dz$$

$$= \pi \cdot \left[2 + 0 + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \right]$$

$$= \frac{9}{4} \pi \quad (\text{Einheit dm}^3 = \text{Liter})$$

Aufgabe 4

$$a) \text{ rot } \vec{F} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} z^2 \\ \sin(xz) \\ 3x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - x \cdot \cos(xz) \\ 2z - 3 \\ z \cdot \cos(xz) - 0 \end{pmatrix}$$

$$b) \int \vec{F} d\vec{r} = \int_0^2 \vec{F}(\vec{r}(t)) \cdot \vec{r}'(t) dt$$

$$= \int_0^2 \vec{F}(t^2, 1, t) \cdot \begin{pmatrix} 2t \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} dt$$

$$= \int_0^2 \begin{pmatrix} t^2 \\ \sin(t^3) \\ 3t^2 + 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2t \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} dt$$

$$= \int_0^2 (2t^3 + 3t^2 + 1) dt$$

$$= \left(\frac{1}{2} t^4, t^3 + t \right) \Big|_0^2$$

$$= 8 + 8 + 2 - 0 = 18$$

Aufgabe 5

komplexifizieren: $y'' + 2y' + y = 5 \cdot e^{j2t}$ (nachher $\text{Im}!$)

Ansatz: $y(t) = c \cdot e^{j \cdot 2t}$

$$y'(t) = 2j \cdot c \cdot e^{j \cdot 2t}$$

$$y''(t) = -4 \cdot c \cdot e^{j \cdot 2t}$$

Einsetzen:

$$-4 \cdot c \cdot e^{j \cdot 2t} + 2 \cdot 2j \cdot c \cdot e^{j \cdot 2t} + c \cdot e^{j \cdot 2t} = 5 \cdot e^{j \cdot 2t}$$

$$\Rightarrow c \cdot (-4 + 4j + 1) = 5$$

$$\Rightarrow c = \frac{5}{-3 + 4j} = \frac{5 \cdot (-3 - 4j)}{3^2 + 4^2} = \frac{5}{25} (-3 - 4j) = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}j$$

$$\Rightarrow \text{Lsg.: } y(t) = \text{Im} \left(\left(-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}j \right) \cdot e^{j \cdot 2t} \right)$$

$$= \text{Im} \left(\left(-\frac{3}{5} - \frac{4}{5}j \right) (\cos(2t) + j \cdot \sin(2t)) \right)$$

$$= -\frac{4}{5} \cdot \cos(2t) - \frac{3}{5} \sin(2t)$$

Aufgabe 6

$$a) \quad y(x) = c \cdot x^{-1}$$

$$y'(x) = -c \cdot x^{-2}$$

$$y''(x) = 2 \cdot c \cdot x^{-3}$$

$$y'''(x) = -6 \cdot c \cdot x^{-4}$$

Einsetzen:

$$-6 \cdot c \cdot x^{-4} = c \cdot x^{-1} \cdot 2 \cdot c \cdot x^{-3} - (-c \cdot x^{-2})^2$$

$$= 2c^2 \cdot x^{-4} - c^2 \cdot x^{-4}$$

$$= c^2 \cdot x^{-4}$$

$$\Rightarrow -6c = c^2$$

$$e) \quad c = 0 \text{ oder } c = -6.$$

$$b) \quad y_0 = y, \quad y_1 = y', \quad y_2 = y''$$

$$\Rightarrow y_0' = y_1$$

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = y''' = y \cdot y'' - (y')^2 = y_0 \cdot y_2 - y_1^2$$

$$y_0(0) = 1$$

$$y_1(0) = -2$$

$$y_2(0) = 3$$

$$y_0(0.1) = y_0(0) + 0.1 \cdot y_0'(0) = 1 + 0.1 \cdot (-2) = 0.8$$

$$y_1(0.1) = y_1(0) + 0.1 \cdot y_1'(0) = -2 + 0.1 \cdot 3 = -1.7$$

$$y_0(0.2) = y_0(0.1) + 0.1 \cdot y_0'(0.1) \approx 0.8 + 0.1 \cdot (-1.7) = 0.63$$

$$y_1(0.1)$$

Aufgabe 7 (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Welche der Bilder werden durch die übliche Fourierreihe mit den angegebenen Fourierkoeffizienten dargestellt? Alle nicht angegebenen Fourierkoeffizienten sind jeweils gleich Null.

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (3 Punkte) oder „Enthaltung“ (1.5 Punkte) an.

a) $b_1 = 2, \quad a_2 = 0.2$

			Enthaltung
	X		

b) $b_1 = 0.3, \quad b_5 = 1$

			Enthaltung
	X		

c) $a_0 = 1, \quad a_1 = -1, \quad a_2 = 0.5, \quad b_3 = -0.5$

			Enthaltung
		X	

d) $a_1 = 1, \quad a_2 = -1, \quad a_3 = -0.5, \quad a_4 = 0.5$ (Tipp: Symmetrie!)

			Enthaltung
		X	

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Welche Aussage können Sie über das Verhalten für $t \rightarrow \infty$ der Funktionen $y(t)$ machen, die die jeweils angegebene Funktion $Y(s)$ als Laplace-Transformierte besitzt?

Tragen Sie das richtige der folgenden Verhalten in die Tabelle ein:

- 1) asymptotisch konstant ungleich Null
- 2) periodisch
- 3) exponentiell abklingend (ohne Schwingung)
- 4) exponentiell gedämpfte Schwingung
- 5) exponentiell wachsend (ohne Schwingung)
- 6) exponentiell wachsende Schwingung

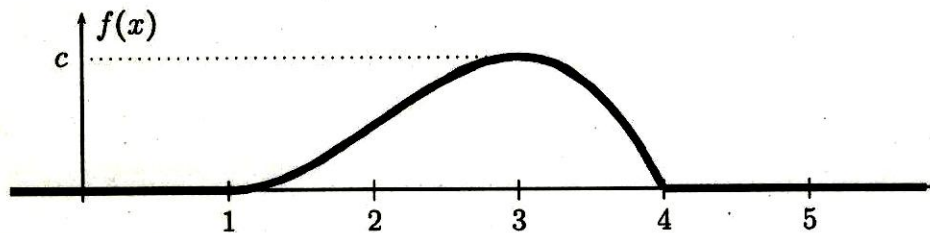
Hinweis: Es müssen nicht alle Verhalten vorkommen; einige können doppelt vorkommen.

Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.

	Verhalten
$Y(s) = \frac{4}{s+1}$	3)
$Y(s) = \frac{2+3s}{s^2+1}$	2)
$Y(s) = \frac{2+3s}{s^2+4s+5}$	4)
$Y(s) = \frac{3+2s}{s^2+4s+3}$	3)
$Y(s) = \frac{-1+4s}{s^2+2s-3}$	5)
$Y(s) = \frac{2+3s}{(s+2)(s^2-2s+2)}$	6)

Aufgabe 9 (10 Punkte, davon bis zu 5 Enthaltungspunkte)

Sei X eine stetige Zufallsvariable, die Werte im Intervall $[1; 4]$ annimmt, und die die im Bild skizzierte Dichte $f(x)$ (mit Maximalwert c an der Stelle 3) besitzt.



Markieren Sie den jeweils richtigen (gerundeten) Zahlenwert für die angegebenen Größen (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt).

Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen.

c		$P(X < 3)$		$P(X = 3)$		$E(X)$		Std.abw. von X	
0.25	☒	0.4	☐	0	☒	2.3	☐	0.1	☐
0.59	☒	0.5	☐	c	☐	2.5	☐	0.6	☒
1	☐	0.6	☒	0.5	☐	2.8	☒	1.8	☐
1.33	☐	1	☐	1	☐	3	☐	2	☐
Enth.	☐	Enth.	☐	Enth.	☐	Enth.	☐	Enth.	☐

Aufgabe 10 (6 Punkte)

Mit $P_{\mu,\sigma}(]a,b[)$ wird die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, dass eine Normalverteilung mit Mittelwert μ und Standardabweichung σ einen Wert im Intervall $]a,b[$ annimmt.

Geben Sie in der folgenden Tabelle die jeweils fehlenden Werte so an, dass $P_{\mu,\sigma}(]a,b[)$ gleich der links dargestellten Wahrscheinlichkeit ist.

	μ	σ	a	b
$P_{1,3}(]-2,7[)$	2	4	-2	10
$P_{1,2}(]1,5[)$	0	4	0	8
$P_{0,1}(]1,\infty[)$	4	3	$-\infty$	1