

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

24.09.2025

Prof. Georg Hoever

Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 10 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Σ_0 | Bon. | Σ |
|---------|----|---|----|---|---|---|---|---|----|----|------------|------|----------|
| Max | 11 | 7 | 12 | 9 | 8 | 8 | 9 | 6 | 14 | 6 | 90 | 4 | 94 |
| | | | | | | | | | | | | | |

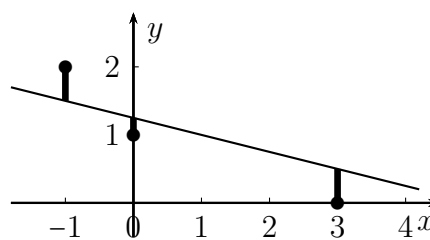
Note:

Aufgabe 1 (11 Punkte)

Berechnen Sie eine Ausgleichsgerade $g(x) = mx + a$ zu den drei Punkten

$$(-1, 2), \quad (0, 1) \quad \text{und} \quad (3, 0),$$

d.h. eine Gerade, so dass die Summe der Quadrate der markierten Abstände (in y -Richtung) minimal ist.

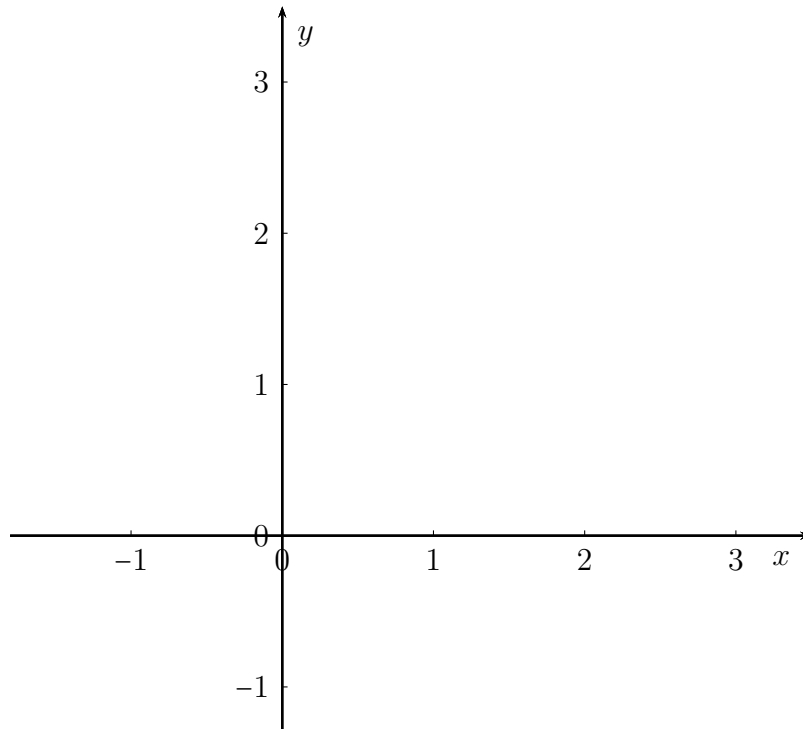


Aufgabe 2 (3 + 4 = 7 Punkte)

Sei

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(t) = \begin{pmatrix} \sin(\pi t) \\ e^t \end{pmatrix}.$$

- a) Skizzieren Sie f für $t \in [-1, 1]$ im Koordinatensystem.



- b) Geben Sie eine Gleichung für die Tangente an die Kurve für $t = 0$ an, und zeichnen Sie die Tangente in das Koordinatensystem aus a) ein.

Aufgabe 3 (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Sind die Integrale $\int_D f(x, y) d(x, y)$ zu den angegebenen Funktionen f und Integrationsbereichen D negativ, gleich Null oder positiv?

(K_R bezeichnet den Kreis in \mathbb{R}^2 mit Radius R um den Ursprung.)

Kreuzen Sie die richtige Antwort (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (E.) (1 Punkt) an!

Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.

Tipp: Versuchen Sie, sich den Integranden vorzustellen.

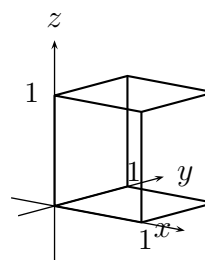
| $\int_D f(x, y) d(x, y)$ | | < 0 | = 0 | > 0 | E. |
|--|-----------------------------|-----|-----|-----|----|
| $f(x, y) = x^2 y$ | $D = [0, 1] \times [-1, 1]$ | | | | |
| | $D = [-1, 1] \times [0, 1]$ | | | | |
| | $D = K_1$ | | | | |
| f in Polarkoordinaten gegeben durch $f(r) = \sin(r)$ | $D = K_\pi$ | | | | |
| | $D = K_{2\pi}$ | | | | |
| | $D = [0, 1] \times [0, 1]$ | | | | |

Aufgabe 4 (9 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Integralsatzes von Gauss den Fluss $\iint \vec{F} \, d\vec{A}$ des Vektorfeldes

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^3 y \\ \sin(xz) \\ yz \end{pmatrix}$$

durch die Oberfläche des abgebildeten Würfels mit Kantenlänge 1.



Aufgabe 5 (8 Punkte)

Die Funktionen $y_1(x) = x$ und $y_2(x) = x^2$ sind Lösungen der linearen homogenen Differentialgleichung

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0.$$

Die Funktion $y_3(x) = x^3$ ist Lösung zu der inhomogenen Differentialgleichung

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 2x^3.$$

(Diese Angaben brauchen Sie nicht zu zeigen.)

Bestimmen Sie (ausgehend von diesen Angaben) die Lösung y zum Anfangswertproblem

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 4.$$

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Geben Sie eine Lösung $y(t)$ zur Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + 10y = 5 \cdot \sin(4t)$$

mit Hilfe einer komplexen Ansatzfunktion an.

Aufgabe 7 (2 + 7 = 9 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ die 2π -periodische Funktion mit

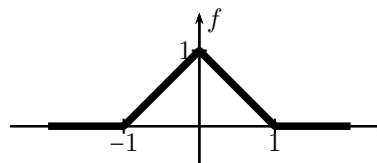
$$f(x) = -1 \quad , \text{ falls } x \in]-\pi, 0], \text{ und } f(x) = +1 \quad , \text{ falls } x \in]0, \pi].$$

- a) Zeichnen Sie f .
- b) Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten a_n und b_n zu f .
(Tipp: Nutzen Sie Symmetrieüberlegungen!)

Aufgabe 8 (3 + 3 = 6 Punkte)

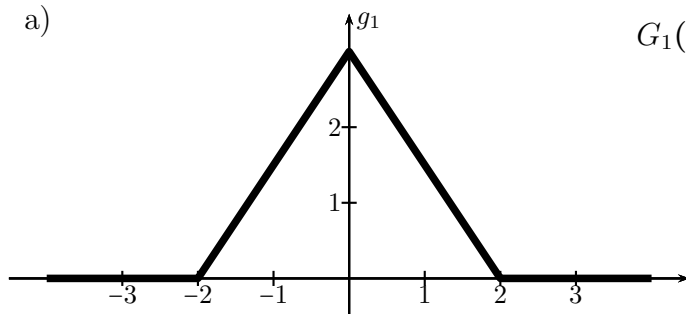
Die Fouriertransformation zu der abgebildeten Dreiecksfunktion f lautet

$$F(\omega) = 2 \cdot \frac{1 - \cos(\omega)}{\omega^2}.$$



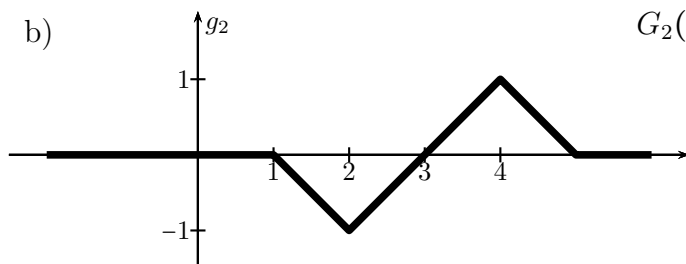
Geben Sie die Fouriertransformationen zu den wie folgt dargestellten Funktionen g_i an.

a)



$$G_1(\omega) =$$

b)



$$G_2(\omega) =$$

Aufgabe 9 (2 + 8 + 4 = 14 Punkte, davon bis zu 4 Enthaltungspunkte)

Sei

X eine standardnormalverteilte Zufallsvariable und

Y eine normalverteilte Zufallsvariable mit $\mu = 3$ und $\sigma = 2$.

- a) Zeichnen Sie die beiden Wahrscheinlichkeitsdichten f_X und f_Y in ein (gemeinsames) Koordinatensystem.
- b) Geben Sie in der folgenden Tabelle an, ob der linke Ausdruck $<$, $=$ oder $>$ dem rechten Ausdruck ist, oder tragen Sie „E“ für Enthaltung ein.

Jeder richtig Eintrag zählt 2 Punkte, eine Enthaltung 1 Punkt; Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.

| | $<$, $=$, $>$ oder „E“ | |
|-------------------------|--------------------------|------------------------|
| $P(Y \in [2, 4])$ | | $P(Y \in [3, 5])$ |
| $P(Y \in [1, 4])$ | | $P(Y \in [2, 5])$ |
| $P(X \in [0, 3])$ | | $P(Y \in [0, 3])$ |
| $P(X \in [-3, \infty[)$ | | $P(Y \in [-3, \infty[$ |

- c) Geben Sie jeweils ein x_0 und ein y_0 an mit

$$P(X \leq x_0) = 0.9 \quad \text{und} \quad P(Y \leq y_0) = 0.9.$$

Aufgabe 10 (6 Punkte)

Ihnen wird folgendes Spiel vorgeschlagen:

Sie würfeln maximal drei Mal mit einem normalen fairen Würfel. Haben Sie beim k -ten Mal die erste 6, so erhalten Sie k Euro. Haben Sie nach 3 Würfeln immer noch keine 6, bekommen Sie nichts.

Was ist ein fairer Einsatz für dieses Spiel?