FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

16.07.2025

Klausur zum Fach
Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

> mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
>
> zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
>
> ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 29.07. statt.
Ggf. nötige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 31.07./01.08. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 11 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Σ_0	B.	Σ
Max	7	12	6	6	12	8	6	8	6	5	10	86	4	90

Note:

Aufgabe 1 (3 + 4 = 7 Punkte)

Betrachtet wird das in (lokalen) Kugelkoordinaten gegebene Vektorfeld

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,\ \vec{F}(r, \varphi, \vartheta) \ = \ r \cdot \cos\varphi \cdot \vec{e}_r + r \cdot \sin\varphi \cdot \vec{e}_\varphi + \sin\vartheta \cdot \vec{e}_\vartheta .$$

Geben Sie den Funktionsvektor an der (in kartesischen Koordinaten gegebenen) Stelle $(x_0, y_0, z_0) = (0, 2, 0)$

a) in lokalen Kugelkoordinaten

b) in kartesischen Koordinaten

an.

Aufgabe 2 (6 + 6 = 12 Punkte)

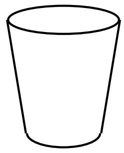
Sei

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \; f(x, y) \;=\; x - y - \mathrm{e}^{x+y^2}.$$

a) Bestimmen Sie die Lage potenzieller Extremstellen von f.

b) Führen Sie zwei Schritte des Gradientenverfahrens zur *Maximierung* von f aus, ausgehend von $(x_0, y_0) = (-1, 1)$ mit der Schrittweite $\lambda = \frac{1}{3}$.

Aufgabe 3 (6 Punkte)



Ein Joghurtbecher hat eine Höhe von 10cm. Der Radius der Bodenfläche beträgt 3cm, beim Deckel sind es 4cm.

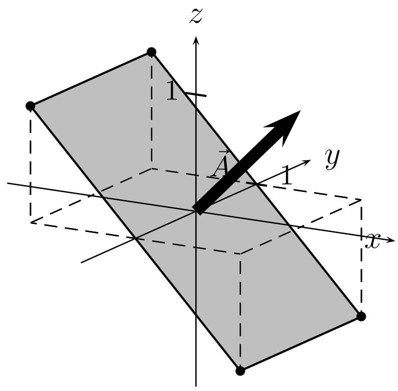
Welches Volumen V hat der Becher?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Welchen Wert hat $\iint \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{A}$ zu dem konstanten Vektorfeld

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \vec{F}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix},$$

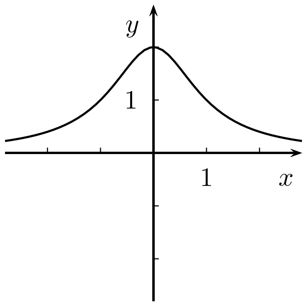
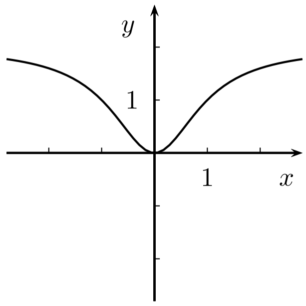
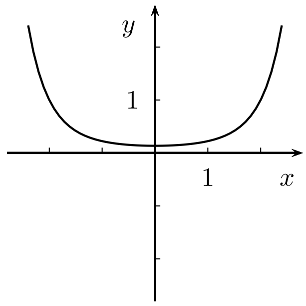
wobei die Fläche A ein Rechteck mit den Eckpunten $(1,-1,-1)$, $(1,1,-1)$, $(-1,1,1)$ und $(-1,-1,1)$ ist, s. Skizze?



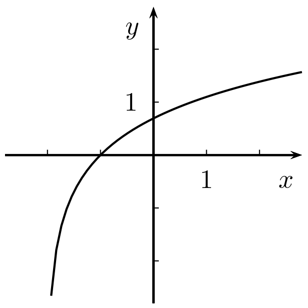
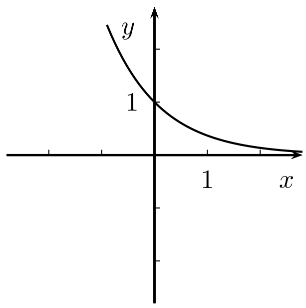
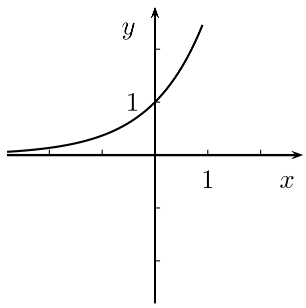
Aufgabe 5 (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Welche der abgebildeten Funktionen ist Lösung der entsprechenden Differenzialgleichung? Kreuzen Sie die richtige Antwort (4 Punkte) oder „E.“ für Enthaltung (2 Punkte) an!

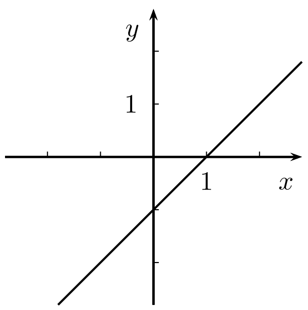
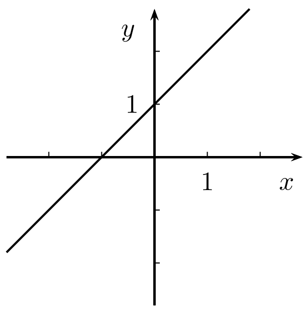
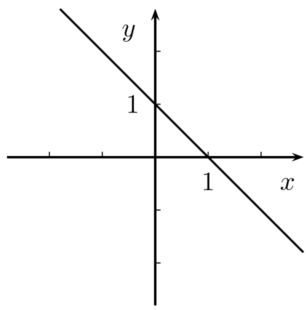
a) $y' = xy$

			E.

b) $y' = \mathrm{e}^{-y}$

			E.

c) $y' = y - x$

			E.

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung zur Differenzialgleichung

$$y''' - 3y'' + y' + 5y = 0.$$

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Geben Sie Parameterwerte $c, d > 0$ an, so dass

$$f(x,t) \;=\; \sin(cx + dt) \cdot \mathrm{e}^x$$

eine Lösung der Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x,t) \;=\; \frac{\partial}{\partial t} f(x,t)$$

ist.

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Seien $a_0, a_1, a_2, \ldots$ und $b_1, b_2, \ldots$ die Fourierkoeffizienten zur Funktion

$$f : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$$

und f durch ihre Fourierreihe $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \big(a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)\big)$ dargestellt.

Wie ändern sich die Fourierkoeffizienten, wenn man f wie beschrieben zur Funktion g modifiziert? Tragen Sie in die Tabelle die richtige Nummer der möglichen Modifikationen aus der Liste unten ein.

(Sie brauchen Ihre Angaben nicht zu begründen.)

Modifikation von f	Mod. der Fourier-koeff. entspr. Liste
$g(x) = f(x) + 2$	
$g(x) = 2 \cdot f(x)$	
$g(x) = f(-x)$	
$g(x) = -f(x)$	
$g(x) = f(x) + 2\cos x$	

Liste möglicher Modifikationen:

1. a_0 erhöht sich um 2, sonst ändert sich nichts.
2. a_0 erhöht sich um 4, sonst ändert sich nichts.
3. a_1 erhöht sich um 2, sonst ändert sich nichts.
4. a_1 erhöht sich um 4, sonst ändert sich nichts.
5. a_2 erhöht sich um 1, sonst ändert sich nichts.
6. Alle a_k und b_k erhöhen sich um 2.
7. Alle a_k und b_k verdoppeln sich um 2.
8. Alle a_k und b_k wechseln das Vorzeichen.
9. Die a_k wechseln das Vorzeichen, die b_k bleiben gleich.
10. Die b_k wechseln das Vorzeichen, die a_k bleiben gleich.

Aufgabe 9 (6 Punkte)

Betrachtet wird das Anfangswertproblem

$$y'' + 3y' - 4y \;=\; 2\sin(3t), \qquad y(0) \;=\; 2, \quad y'(0) \;=\; -1.$$

Transformieren Sie das Anfangswertproblem in den Laplace-Bereich und bestimmen Sie dort die entsprechende Lösung $Y(s)$.

Hinweis: Sie brauchen $Y(s)$ nicht zu vereinfachen und nicht wieder zurück zu transformieren!

Aufgabe 10 (5 Punkte)

Die Regenwahrscheinlichkeit für einen bestimmten Ort und einen bestimmten Zeitraum gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass es an diesem Ort innerhalb des besagten Zeitraums irgendwann regnet.

An einem bestimmten Tag wird für Aachen eine Regenwahrscheinlichkeit von 40% für die Zeit von 8 bis 12 Uhr und von 70% für die Zeit von 12 bis 16 Uhr prognostiziert.

Wie groß ist die Regenwahrscheinlichkeit für den gesamten Zeitraum 8 bis 16 Uhr?

(Tipp: Komplementärereignis!)

Aufgabe 11 (6 + 4 = 10 Punkte)

Fünf Beobachtungen bei einem exponentialverteilten Zufallsexperiment ergeben die Stichprobe

$$1,\ 10,\ 3,\ 14,\ 7.$$

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man ein Ergebnis größer als 10 erhält, wenn man den Parameter der Verteilung mit Hilfe des Stichprobenmittelwerts anpasst?

b) Welchen Parameter würde man wählen, wenn man zur Anpassung die Stichprobenvarianz nutzt?