
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

18.03.2025

Klausur zum Fach
Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

> mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
>
> zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
>
> ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 31.03. statt.
Ggf. nötige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 03./04.04. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 7 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

____

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ_0	Bo.	Σ
Max	12	10	16	6	12	12	16	84	4	88

Note:

Aufgabe 1 (12 Punkte, davon bis zu 4 Enthaltungspunkte)

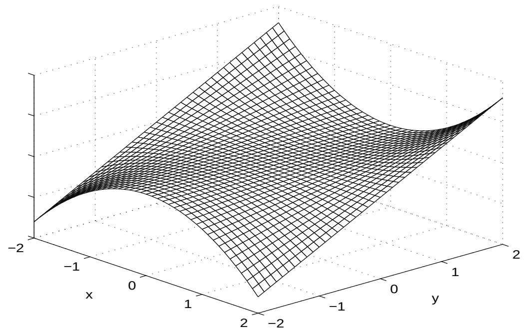
Welche Funktion erzeugt das nebenstehende „Funktionsgebirge“?

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (3 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an.

Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

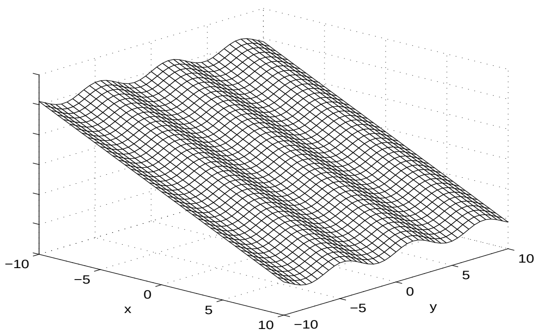
a)

$f(x,y) = x^2 + y$	
$f(x,y) = x^2 \cdot y$	
$f(x,y) = x + y^2$	
$f(x,y) = x \cdot y^2$	
Enthaltung	



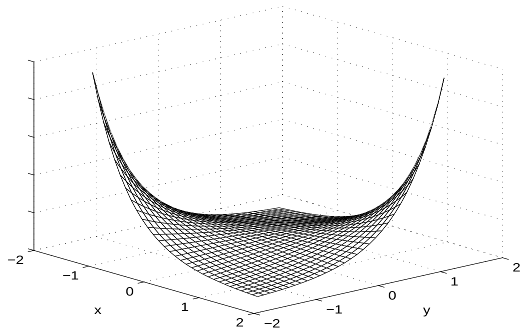
b)

$f(x,y) = \sin(x) - y$	
$f(x,y) = \sin(x - y)$	
$f(x,y) = \sin(y) - x$	
$f(x,y) = \sin(y - x)$	
Enthaltung	



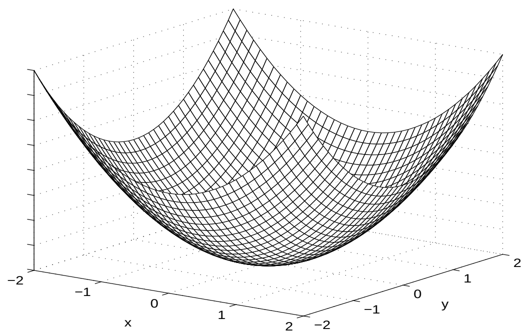
c)

$f(x,y) = \mathrm{e}^{xy}$	
$f(x,y) = \mathrm{e}^{x} \cdot \mathrm{e}^{y}$	
$f(x,y) = \mathrm{e}^{x^2y^2}$	
$f(x,y) = \mathrm{e}^{x^2} \cdot \mathrm{e}^{y^2}$	
Enthaltung	



d)

$f(x,y) = (x + y)^2$	
$f(x,y) = x^2 + y^2$	
$f(x,y) = x^2 \cdot y^2$	
$f(x,y) = (x + y) \cdot xy$	
Enthaltung	



Aufgabe 2 (4 + 6 = 10 Punkte)

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch

$$f(x, y, z) = \begin{pmatrix} \cos(xy^2) + z \\ x^2 \cdot \cos(y) \\ xyz^3 \end{pmatrix}.$$

a) Geben Sie die Jakobimatrix J_f zu f an.

b) Führen Sie ausgehend von $\left(\begin{smallmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{smallmatrix}\right) = \left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$ einen Schritt des mehrdimensionalen Newtonverfahrens zur Bestimmung einer Nullstelle von f aus.

Aufgabe 3 $(2+2+4+8=16$ Punkte)

Sei $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ in Kugelkoordinaten gegeben durch

$$f(r,\varphi,\vartheta) \;=\; r^2\cdot\sin^2\varphi.$$

a) Welchen Funktionswert hat f an der (in kartesischen Koordinaten gegebenen) Stelle $(x,y,z)=(0,2,0)$?

b) Geben Sie den $\operatorname{grad} f(r,\varphi,\vartheta)$ in (lokalen) Kugelkoordinaten an.

c) Geben Sie den Gradienten von f an der (in kartesischen Koordinaten gegebenen) Stelle $(x,y,z)=(0,2,0)$ in kartesischen Koordinaten an.

d) Bestimmen Sie $\int\limits_{K_1} f(x,y,z)\,\mathrm{d}(x,y,z)$, wobei K_1 die Kugel mit Radius 1 um den Ursprung ist.

Aufgabe 4 (2 + 4 = 6 Punkte)

Sei

$$\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad \varphi(x,y,z) \;=\; x^2 \cdot (y+z) \qquad \text{und} \qquad \vec{F} \;=\; \operatorname{grad}\varphi.$$

a) Welchen Wert hat $\operatorname{rot}\vec{F}(x,y,z)$?

b) Welchen Wert hat das Wegintegral $\int \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{r}$ zum Weg

$$\vec{r} : [1,2] \to \mathbb{R}^3, \quad \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ 2 \\ t^2 \end{pmatrix}?$$

Tipp: Überlegen Sie, wie Sie die Ergebnisse mit möglichst wenig Rechnerei bekommen können!

Aufgabe 5 (8 + 4 = 12 Punkte)

Betrachtet wird die Differenzialgleichung

$$y'' + ay' + 5y = 0$$

mit einem Parameter $a > 0$.

a) Bestimmen Sie zu $a = 6$ die Lösung, die die Anfangsbedingung

$$y(0) = 1 \quad \text{und} \quad y'(0) = 3$$

erfüllt.

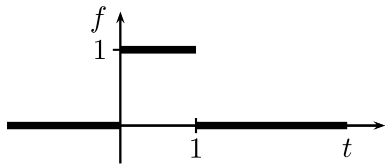
b) 1) Für welches a sind die Lösungen der Differenzialgleichung periodisch?

2) Für welches a klingen die Lösungen der Differenzialgleichung am schnellsten ab?

Aufgabe 6 (6 + 6 = 12 Punkte)

a) Begründen Sie auf zwei verschiedene Weisen, dass die Laplace-Transformation zur Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \ f(t) = \begin{cases} 1, & \text{falls } t \in]0,1[, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$



(s. Skizze) gleich

$$F(s) = \frac{1 - \mathrm{e}^{-s}}{s}$$

ist, nämlich

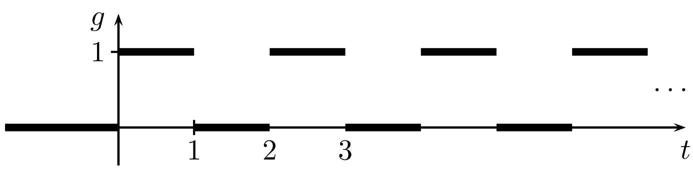
a1) indem Sie die Definition der Laplace-Transformation (Skript, Definition 3.10) nutzen,

a2) indem Sie die Korrespondenztabelle (Skript, S. 37) und die Transformationsregeln (Satz 3.11) nutzen.

b) Begründen Sie, dass die Laplace-Transformation zur abgebildeten Funktion g (nach rechts hin periodisches Rechtecksignal) gleich

$$G(s) = \frac{1}{1 - \mathrm{e}^{-2s}} \cdot F(s) \quad \text{mit der Funktion } F \text{ aus a)}$$

ist.



Tipp: geometrische Reihe; Sie dürfen hier bedenkenlos mit unendlichen Summen umgehen.

Aufgabe 7 (4+4+(4+4) = 16 Punkte)

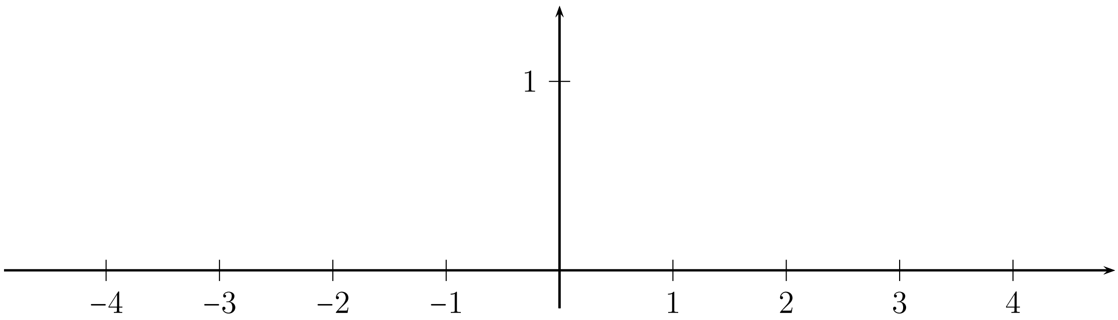
Betrachtet werden die drei Normalverteilungen:

X_1 mit $\mu_1 = 3$ und $\sigma_1 = 1$,

X_2 sei $\mu_2 = -2$ und $\sigma_2 = 0.5$,

X_3 sei $\mu_3 = 0$.

a) Zeichnen Sie die drei Wahrscheinlichkeitsdichten zu X_1, X_2 und X_3 mit $\sigma_3 = 2$ gemeinsam in das folgende Koordinatensystem.



b) Wie groß sind $P(X_1 \in [2,4])$ und $P(X_2 \in [-2,-1])$?
(Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen.)

c) Der Wert von σ für X_3 wird so eingestellt, dass $P(X_3 \in [0,1]) = \frac{1}{4}$ ist.

c1) Wie groß ist σ?

c2) Wie groß ist Wahrscheinlichkeit, bei 3 Realisierungen von X_3 mindestens ein Mal einen Wert in $[0,1]$ zu beobachten?

Hinweis: Alle Teilaufgaben können unabhängig voneinander bearbeitet werden.