

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik  
und Informationstechnik

19.09.2024

Prof. Georg Hoever

## Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 10 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

\_\_\_\_\_  
(Unterschrift)

*Viel Erfolg!*

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\Sigma_0$	Bo.	$\Sigma$
Max	12	8	8	12	12	8	10	8	8	6	92	4	96

Note:

**Aufgabe 1** (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Welche der Aussagen bzgl. Monotonie der partiellen Funktionen gelten für die angegebenen Funktionen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ?

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an.

Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

	alle part. Fkt. in $x$ -Richtung sind monoton wachsend			alle part. Fkt. in $y$ -Richtung sind monoton wachsend		
	gilt	gilt nicht	Enth.	gilt	gilt nicht	Enth.
$f(x, y) = e^{x+y}$						
$f(x, y) = e^{x \cdot y}$						
$f(x, y) = x \cdot e^y$						

**Aufgabe 2** (8 Punkte)

Auf dem maximal möglichen Definitionsbereich  $D \subset \mathbb{R}^2$  ist die Funktion

$$f: D \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \frac{x + y^2}{x + 1}$$

gegeben.

Führen Sie ausgehend von  $(x_0, y_0) = (0, 1)$  zwei Schritte des Gradientenverfahrens mit Schrittweite  $\lambda = \frac{1}{2}$  zur Maximierung von  $f$  aus.

**Aufgabe 3** (8 Punkte)

Berechnen Sie in Abhängigkeit vom Parameter  $c > 0$

$$\int_{[0,1] \times [0,2]} y \cdot \sin(c + xy) \, d(x, y).$$

**Aufgabe 4** (5 + 7 = 12 Punkte)

Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{F}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + z \\ y \cdot e^{xy} \\ y^2 \end{pmatrix}.$$

- a) Berechnen Sie  $\operatorname{div} \vec{F}$  und  $\operatorname{rot} \vec{F}$ .
- b) Bestimmen Sie das Wegintegral  $\int \vec{F} \, d\vec{r}$  über den Weg

$$\vec{r}: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ 1 \\ t^2 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 5** (12 Punkte, davon bis zu 6 Enthaltungspunkte)

Zu welcher Differentialgleichung gehört die nebenstehend gezeichnete Lösungskurve?

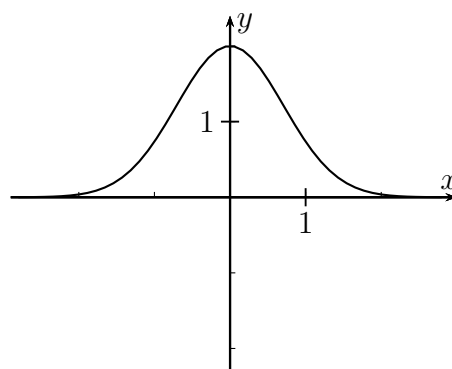
Hinweis: Genau eine Differentialgleichung ist richtig.

Tipp: Überlegen Sie, welche Differentialgleichungen Sie ausschließen können, da die Lösung nicht zum Richtungsfeld passt.

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (4 Punkte) oder „Enthaltung“ (2 Punkte) an. Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

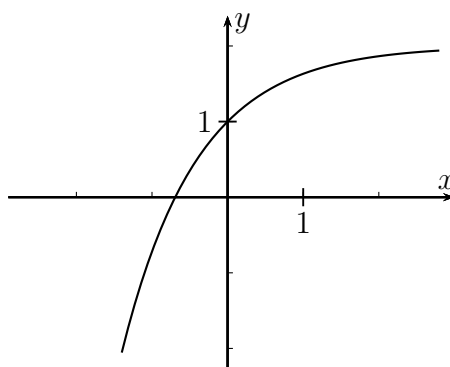
a)

$y' = -2xy$	<input type="checkbox"/>
$y' = -2x^2y$	<input type="checkbox"/>
$y' = -\frac{2x}{y}$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



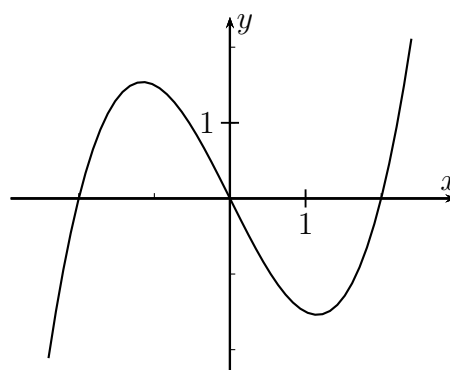
b)

$y' = 2 - y$	<input type="checkbox"/>
$y' = 1 - x - y$	<input type="checkbox"/>
$y' = 2xy$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



c)

$y' = \frac{y}{x} + x^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = -\frac{y}{x} - x^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = -\frac{y}{x} + y^2$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



**Aufgabe 6** (8 Punkte)

Geben Sie eine Lösung  $y(t)$  zur Differentialgleichung

$$y'' + y' + 5y = 5 \cdot \cos(3t)$$

mit Hilfe einer komplexen Ansatzfunktion an.

**Aufgabe 7** (10 Punkte)

Geben Sie den Beginn der Fourierreihe (bis  $n \leq 4$ ) an zur Funktion

$$f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in [0, \frac{\pi}{2}], \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

**Aufgabe 8** (8 Punkte)

Bekanntlich ist die Fourier-Transformierte zu

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(t) = \begin{cases} 1, & \text{falls } t \in ]-1, 1[, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

gleich  $F(\omega) = \frac{2}{\omega} \sin \omega$ . (Dies brauchen Sie nicht zu zeigen.)

Nutzen Sie dies, um die Fourier-Transformierten zu der Funktion

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(t) = \begin{cases} 3, & \text{falls } t \in [0, 4], \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

zu bestimmen.

Tipp: Nutzen Sie Hilfsfunktionen, um von der Funktion  $f$  durch Modifikation zur Funktion  $g$  zu kommen.

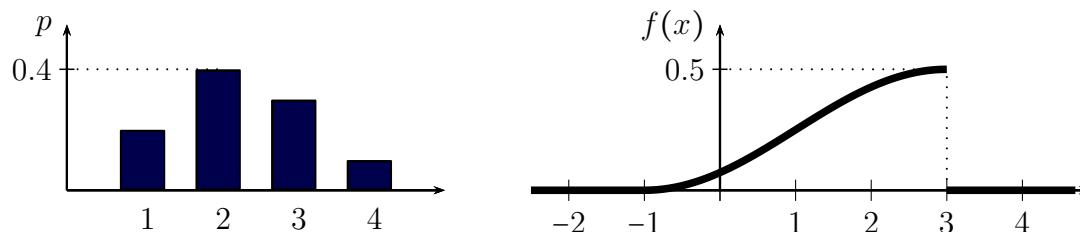
**Aufgabe 9** (4 + 4 = 8 Punkte)

Den radioaktiven Zerfall eines bestimmten Polonium-Isotops kann man als exponentialverteilt mit  $\lambda = 5 \text{ s}^{-1}$  betrachten.

- a) Wie wahrscheinlich ist ein Zerfall innerhalb von 0.1 Sekunden?
- b) Was ist die Halbwertszeit, also die Zeit, nach der die Wahrscheinlichkeit für einen Zerfall gleich  $\frac{1}{2}$  ist?

### Aufgabe 10 (6 Punkte)

Sei  $X_1$  eine diskrete Zufallsvariable mit Werten aus  $\{1, 2, 3, 4\}$  und Wahrscheinlichkeiten  $p(k)$  wie im linken Bild und  $X_2$  eine stetige Zufallsvariable mit einer Dichte  $f(x)$  wie im rechten Bild skizziert. Die Dichte  $f$  ist nur im Intervall  $] - 1; 3[$  größer als Null.



Aus den Zufallsvariablen  $X_1$  und  $X_2$  werden jeweils zwei neue Zufallsvariablen  $Y_i$  und  $Z_i$  ( $i = 1, 2$ ) erzeugt:

- $Y_i = X_i + 1$ ,  
d.h.,  $Y_i$  erhält man, indem man die Ziehungsergebnisse von  $X_i$  jeweils um 1 erhöht;
- $Z_i = 2X_i$ ,  
d.h.,  $Z_i$  erhält man, indem man die Ziehungsergebnisse von  $X_i$  jeweils verdoppelt.

- Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeits-Historgramme von  $Y_1$  und  $Z_1$  (mit Skalierung der  $x$ - und  $y$ -Achsen).
- Skizzieren Sie die Dichtefunktionen von  $Y_2$  und  $Z_2$  (mit Skalierung der  $x$ - und  $y$ -Achsen).