

--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik  
und Informationstechnik

18.07.2024

Prof. Georg Hoever

## Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

\_\_\_\_\_

(Unterschrift)

*Viel Erfolg!*

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\Sigma_0$	Bon.	$\Sigma$
Max	6	13	7	9	14	12	7	8	16	92	4	96

Note:

**Aufgabe 1** (6 Punkte)

Die Punkte  $P_1$  und  $P_2$  sollen in kartesischen, in Zylinder- und in Kugelkoordinaten dargestellt werden. Ergänzen Sie die fehlenden Angaben.

	kart.-KO	Zylinder-KO	Kugel-KO
$P_1$	$x = 0$ $y = 1$ $z = 1$	$\rho =$ $\varphi =$ $z =$	$r =$ $\varphi =$ $\vartheta =$
$P_2$	$x =$ $y =$ $z =$	$\rho = 2$ $\varphi = \pi$ $z = 0$	$r =$ $\varphi =$ $\vartheta =$

**Aufgabe 2** (3 + 5 + 5 = 13 Punkte)

Sei

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = xy^2 \cdot e^{-2xz}.$$

- a) Bestimmen Sie  $\text{grad } f(x, y, z)$  und geben Sie speziell  $\text{grad } f(2, 1, 0)$  an.
- b) Berechnen Sie den Gradienten zu  $f$  an der Stelle  $(2, 1, 0)$  näherungsweise, indem Sie jeweils numerische Ableitungen nutzen, d.h. entsprechende Differenzenquotienten, mit  $h = 0.1$ .
- c) Nutzen Sie die lineare Näherung, um abzuschätzen, wie groß die betragsmäßige Abweichung von  $f(x, y, z)$  zu  $f(2, 1, 0)$  maximal ist, wenn die Argumente  $x$ ,  $y$  bzw.  $z$  jeweils von 2, 1 bzw. 0 betragsmäßig um maximal 0.1 abweichen.

**Aufgabe 3** (7 Punkte)

Sie  $K_R$  der Kreis im  $\mathbb{R}^2$  um den Ursprung mit Radius  $R$ .

Berechnen Sie in Abhängigkeit von  $R$

$$\int_{K_R} e^{-x^2} \cdot e^{-y^2} d(x, y).$$

**Aufgabe 4** (2.5 + 2.5 + 4 = 9 Punkte)

Gegeben ist das konstante Vektorfeld  $\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

a) Welchen Wert hat  $\int \vec{F} d\vec{r}$  zum geschlossenen Weg

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ \cos(\pi t) \\ 1 \end{pmatrix}, \quad t \in [-1, 1]?$$

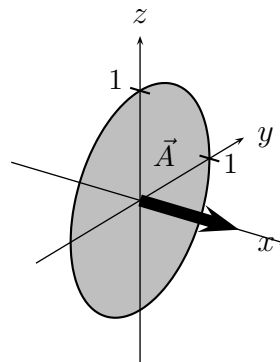
Begründen Sie Ihre Aussage!

b) Welchen Wert hat  $\iint \vec{F} d\vec{A}$ , wobei die Fläche  $A$  die Oberfläche der Kugel mit Radius 1 um den Ursprung ist?

Begründen Sie Ihre Aussage!

c) Welchen Wert hat  $\iint \vec{F} d\vec{A}$ , wobei die Fläche  $A$  der in der  $(y, z)$ -Ebene liegende Einheitskreis (s. Skizze) ist?

Sie brauchen Ihre Aussage nicht zu begründen!



**Aufgabe 5** (2 + 4 + 8 = 14 Punkte)

Betrachtet wird die Differentialgleichung

$$y' = 4x + 2y$$

mit dem Anfangswert  $y(0) = 1$ .

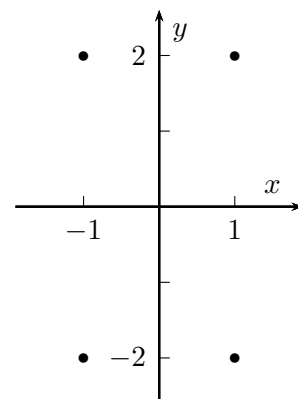
a) Skizzieren Sie in der nebenstehenden Skizze die Richtungselemente zur Differentialgleichung an den vier markierten Punkten.

b) Berechnen Sie zwei Schritte des Euler-Verfahrens zur numerischen Lösung des Anfangswertproblems mit Schrittweite  $h = 0.5$ .

c) Die Differentialgleichung ist eine inhomogene lineare Differentialgleichung mit spezieller Lösung  $y_s(x) = -2x - 1$ . (Das brauchen Sie nicht zu zeigen.)

c1) Wie lautet die zugehörige homogene lineare Differentialgleichung, und welche Lösungen besitzt diese homogene Gleichung?

c2) Wie lautet die exakte Lösung  $y(x)$  des Anfangswertproblems?



**Aufgabe 6** (12 Punkte, davon bis zu 4 Enthaltungspunkte)

Welche Spalte zeigt die richtigen ersten Fourierkoeffizienten zu der links dargestellten  $2\pi$ -periodischen Funktion?

Die weiteren Fourierkoeffizienten sind irgendwelche reellen Zahlen.

Kreuzen Sie die richtige Spalte (3 Punkte) oder „E.“ für Enthaltung (1 Punkt) an!

	$a_0 = 0$ $a_1 = 1$ $a_2 = 0.3$ $b_1 = -1$ $b_2 = 0.1$	$a_0 = 1.2$ $a_1 = 1$ $a_2 = 0.3$ $b_1 = -1$ $b_2 = 0.1$	$a_0 = 0$ $a_1 = 0.3$ $a_2 = 1$ $b_1 = 0.1$ $b_2 = -1$	$a_0 = 1.2$ $a_1 = 0.3$ $a_2 = 1$ $b_1 = 0.1$ $b_2 = -1$	<p>E.</p>
	$a_0 = 0$ $a_1 = -2$ $a_2 = 0.2$ $b_1 = 0.1$ $b_2 = 0.1$	$a_0 = 0$ $a_1 = 0.1$ $a_2 = -2$ $b_1 = 0.2$ $b_2 = 0.1$	$a_0 = 0$ $a_1 = 0.1$ $a_2 = 0.2$ $b_1 = -2$ $b_2 = 0.1$	$a_0 = 0$ $a_1 = 0.1$ $a_2 = 0.2$ $b_1 = 0.1$ $b_2 = -2$	<p>E.</p>
	$a_0 = -1$ $a_1 = -1$ $a_2 = 0.2$ $b_1 = 0$ $b_2 = 0$	$a_0 = 1$ $a_1 = -1$ $a_2 = 0.2$ $b_1 = 0$ $b_2 = 0$	$a_0 = -1$ $a_1 = 0$ $a_2 = 0$ $b_1 = -1$ $b_2 = 0.2$	$a_0 = 1$ $a_1 = 0$ $a_2 = 0$ $b_1 = -1$ $b_2 = 0.2$	<p>E.</p>
	$a_0 = 5$ $a_1 = 0.1$ $a_2 = 0.2$ $b_1 = -0.1$ $b_2 = 0.1$	$a_0 = 0.1$ $a_1 = 5$ $a_2 = 0.1$ $b_1 = -0.1$ $b_2 = 0.1$	$a_0 = -0.2$ $a_1 = 0.2$ $a_2 = 5$ $b_1 = 0.1$ $b_2 = -0.1$	$a_0 = 0.1$ $a_1 = 0.2$ $a_2 = 0.1$ $b_1 = 0.1$ $b_2 = -0.1$	<p>E.</p>

**Aufgabe 7** (3 + 4 = 7 Punkte)

a) Wie lautet die Laplace-Transformierte  $F(s)$  zu

$$f(t) = e^{4t} \cdot \cos(3t)?$$

b) Welche Funktion  $f(t)$  besitzt als Laplace-Transformierte

$$F(s) = \frac{s + 1}{s^2 - 3s + 2}?$$

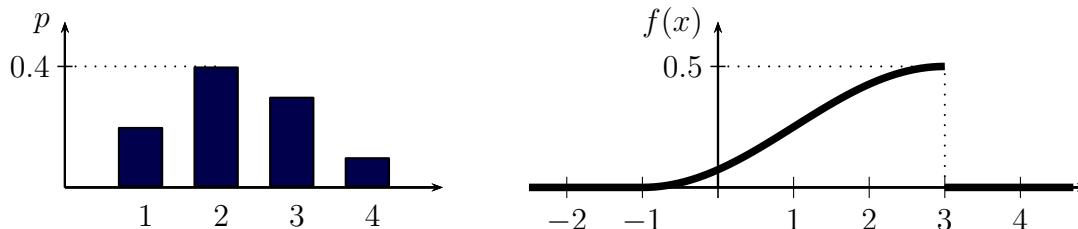
**Aufgabe 8** (8 Punkte)

$p$ -Prozent Widerstände (d.h. Widerstände mit  $p$ -Prozent Toleranz) sind solche, deren Fertigungsprozess so genau ist, dass 95% der hergestellten Widerstände maximal  $p$ -Prozent Abweichung vom angegebenen Wert haben. Dabei wird von einer Normalverteilung um den Sollwert ausgegangen.

Sie kaufen einen 10%-Widerstand mit Widerstandswert  $200\Omega$ . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der tatsächliche Widerstandswert im Intervall  $[190\Omega, 210\Omega]$  liegt?

**Aufgabe 9** (16 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Sei  $X_1$  eine diskrete Zufallsvariable mit Werten aus  $\{1, 2, 3, 4\}$  und Wahrscheinlichkeiten  $p(k)$  wie im linken Bild und  $X_2$  eine stetige Zufallsvariable mit einer Dichte  $f(x)$  wie im rechten Bild skizziert. Die Dichte  $f$  ist nur im Intervall  $] - 1; 3[$  größer als Null.



Sie brauchen Ihre Angabe nicht zu begründen.

- a) Sind die in der folgenden Tabelle links dargestellten Werte kleiner, gleich oder größer den Werten rechts? Tragen Sie das richtige Zeichen (2 Punkte) oder „E“ für „Enthaltung“ (1 Punkt) ein.

(Tipp: Beachten Sie bei den letzten beiden Teilen den Unterschied zwischen diskreter und stetiger Zufallsvariable!)

	<, =, > oder „E“	
$P(X_1 < 2.5)$		0.5
$P(X_2 \leq 1)$		0.5
$P(X_1 = 2)$		$P(X_1 = 3)$
$P(X_2 = 1)$		$P(X_2 = 2)$

- b) Markieren Sie den jeweils richtigen (gerundeten) Zahlenwert für die die Erwartungswerte und Standardabweichungen (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt).

$E(X_1)$		$E(X_2)$		Std.abw. von $X_1$		Std.abw. von $X_2$	
2		1		-0.2		-0.13	
2.3		1.81		0.3		0.23	
2.5		2.57		0.9		0.82	
3		3		1.3		1.34	
Enth.		Enth.		Enth.		Enth.	