

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Name)

(Vorname)

(Matrikelnummer)

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

11.07.2022

Prof. Georg Hoever

Klausur zum Fach Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Blätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Die Klausureinsicht findet voraussichtlich am 18.07. statt.

Ggf. nötige mündliche Ergänzungsprüfungen finden voraussichtlich am 21.07. statt.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 9 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ_0	Bon.	Σ
Max	8	12	9	8	16	16	9	8	10	96	4	100

Note:

Aufgabe 1 (2 + 2 + 4 = 8 Punkte)

Betrachtet wird das in (lokalen) Kugelkoordinaten gegebene Vektorfeld

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{F}(r, \varphi, \vartheta) = \sin \varphi \cdot \vec{e}_r + \cos \varphi \cdot \vec{e}_\varphi + r \cdot \sin \vartheta \cdot \vec{e}_\vartheta$$

und die (in kartesischen Koordinaten gegebenen) Stelle $\mathbf{x} = (-1, 1, 0)$

- a) Wie wird die Stelle \mathbf{x} in Kugelkoordinaten beschrieben?
- b) Geben Sie $\vec{F}(\mathbf{x})$ in lokalen Kugelkoordinaten an.
- c) Geben Sie $\vec{F}(\mathbf{x})$ in kartesischen Koordinaten an.

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Gegeben sind die folgenden drei Punkte $P_k = (x_k, y_k)$:

$$P_1 = (0, 2), \quad P_2 = (1, 0) \quad \text{und} \quad P_3 = (3, 0).$$

Bestimmen Sie a und m so, dass für die Gerade $g(x) = mx + a$ die Summe der quadratischen Abstände

$$d = \sum_{k=1}^3 (g(x_k) - y_k)^2$$

minimal wird.

Aufgabe 3 (2 + 7 = 9 Punkte)

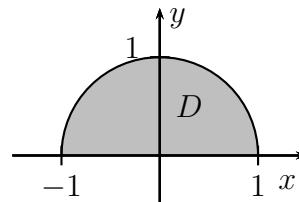
Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 \cdot y$.

a) Wie lautet die Darstellung von f in Polarkoordinaten?

b) Berechnen Sie

$$\int_D f(x, y) \, d(x, y)$$

zu D als dem nebenstehend skizzierten Halbkreis.



Aufgabe 4 (8 Punkte)

Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} y \\ \sin(xz) \\ y \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie das Wegintegral $\int \vec{F} d\vec{r}$ über den Weg

$$\vec{r} : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3, \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ 1 \\ e^t \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 5 (16 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Betrachtet wird

(I) eine inhomogene lineare Differenzialgleichung

$$y'' + a_1(x) \cdot y' + a_0(x) \cdot y = f(x) \quad (f(x) \neq 0),$$

(H) die zugehörige homogene lineare Differenzialgleichung

$$y'' + a_1(x) \cdot y' + a_0(x) \cdot y = 0.$$

Seien $y_{s,1}$ und $y_{s,2}$ Lösungen von (I) und $y_{h,1}$ und $y_{h,2}$ Lösungen von (H).

Sind die in der Tabelle genannten Funktionen Lösungen von (I), (H) oder von keinem von beiden? Kreuzen Sie die richtige Antwort (2 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an.

	ist Lösung von			Enthal- tung
	(I)	(H)	keinem von beiden	
$y = y_{h,1} + y_{h,2}$				
$y = y_{s,1} + y_{s,2}$				
$y = y_{h,1} - y_{h,2}$				
$y = y_{s,1} - y_{s,2}$				
$y = \frac{1}{2}(y_{h,1} + y_{h,2})$				
$y = \frac{1}{2}(y_{s,1} + y_{s,2})$				
$y = y_{h,1} + y_{s,1} - y_{s,2}$				
$y = y_{s,1} + y_{h,1} - y_{h,2}$				

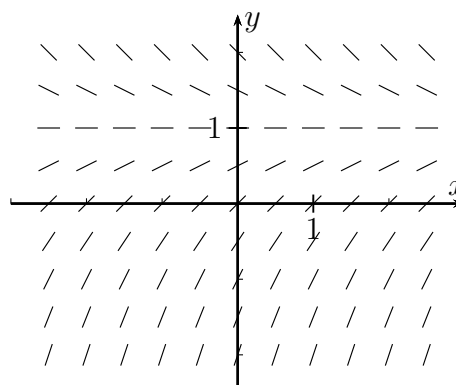
Aufgabe 6 (16 Punkte, davon bis zu 8 Enthaltungspunkte)

Zu welcher Differentialgleichung gehört das nebenstehende Richtungsfeld?

Kreuzen Sie die richtige Antwort (4 Punkte) oder „Enthaltung“ (2 Punkte) an.

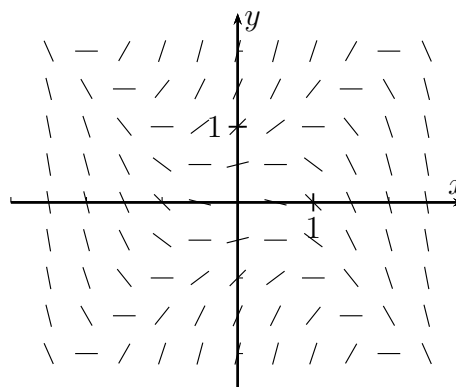
a)

$y' = 1 - x$	<input type="checkbox"/>
$y' = 1 - y$	<input type="checkbox"/>
$y' = 1 - x^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = 1 - y^2$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



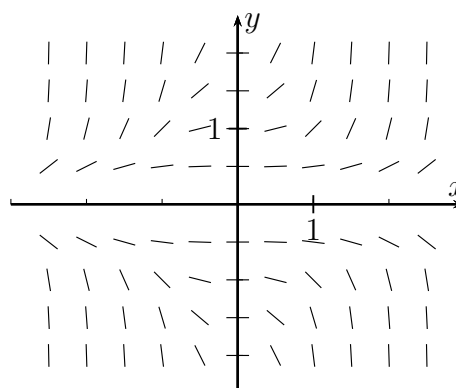
b)

$y' = x - y$	<input type="checkbox"/>
$y' = y - x$	<input type="checkbox"/>
$y' = x^2 - y^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = y^2 - x^2$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



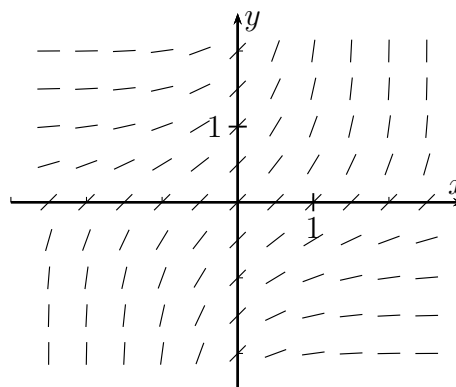
c)

$y' = x^2 \cdot y^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = x^2 \cdot y^3$	<input type="checkbox"/>
$y' = x^3 \cdot y^2$	<input type="checkbox"/>
$y' = x^3 \cdot y^3$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



d)

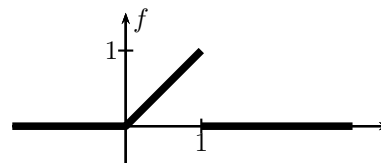
$y' = e^{x+y}$	<input type="checkbox"/>
$y' = e^{xy}$	<input type="checkbox"/>
$y' = \frac{1}{e^{x+y}}$	<input type="checkbox"/>
$y' = \frac{1}{e^{xy}}$	<input type="checkbox"/>
Enthaltung	<input type="checkbox"/>



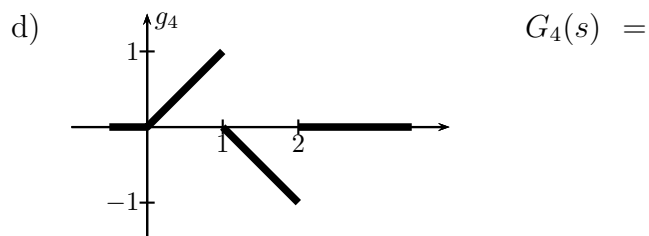
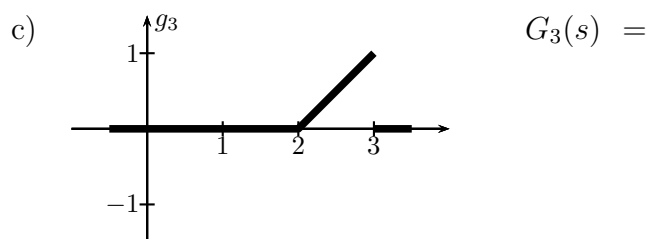
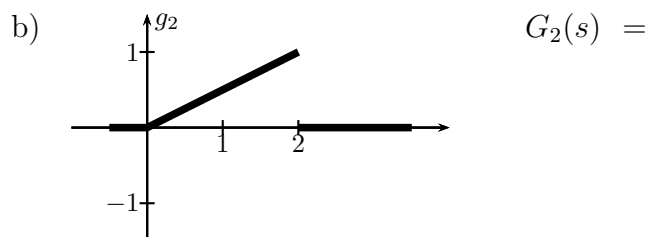
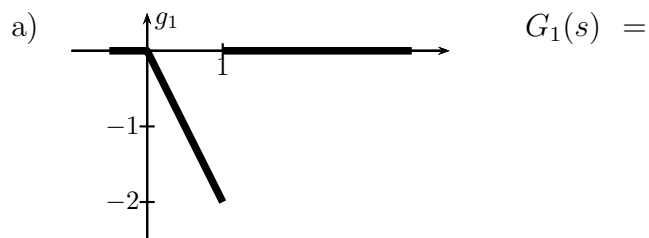
Aufgabe 7 (9 Punkte)

Die Laplace-Transformation zur abgebildeten Funktion f lautet

$$F(s) = \frac{1 - (s + 1) \cdot e^{-s}}{s^2}.$$



Geben Sie die Laplace-Transformationen zu den wie folgt dargestellten Funktionen g_i an. (Sie brauchen die entstehenden Ausdrücke nicht zu vereinfachen.)



Aufgabe 8 (8 Punkte)

Betrachtet werden zwei (faire) 8-seitige Würfel, die auf den acht Seiten die folgenden Zahlen tragen:

- Würfel 1: 0, 2, 2, 4, 4, 4, 6, 6
- Würfel 2: 1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Wurf mit beiden Würfeln Würfel 1 eine größere Zahl zeigt als Würfel 2?

Aufgabe 9 ($4 + 3 + 3 = 10$ Punkte)

(Sie brauchen Ihre Angaben für diese Aufgabe nicht zu begründen.)

Bei einer Großbäckerei schwankt das Gewicht der hergestellten Brötchen normalverteilt mit Standardabweichung $\sigma = 2$ g um den eingestellten Wert.

- a) Ein Großkunde wünscht Brötchen mit einem Gewicht von 50 g und toleriert Abweichungen von maximal 3 g. Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt das Gewicht eines Brötchens in dem Toleranzrahmen?
- b) Der Großkunde verlangt, dass höchstens 5% um mehr als 3 g vom anvisierten Gewicht 50 g abweichen. Mit welcher Prozessgenauigkeit σ muss die Bäckerei arbeiten, um dies zu erfüllen?
- c) Die Bäckerei kann nur eine Standardabweichung von $\sigma = 1.7$ g erreichen und einigt sich mit dem Kunden darauf, dass sie Brötchen liefert, bei denen höchstens 2.5% leichter als 47g sind. Auf welchen Mittelwert muss die Maschine eingestellt werden, um dies zu erreichen?