
(Name) (Vorname) (Matrikelnummer)

FH AACHEN
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fachbereich Elektrotechnik
und Informationstechnik

Prof. Georg Hoever

14.03.2022

Klausur zum Fach
Höhere Mathematik 2 für Elektrotechnik

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Hilfsmittel:

- mein Buch „Höhere Mathematik kompakt“ (als Buch oder ausgedruckt) und das Skript zum zweiten Teil (jeweils inklusive handschriftlicher Eintragungen),
- zwei (doppelseitig) handgeschriebene Formelblätter,
- ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig).

Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen auf diese Aufgabenblätter.

Mit Ihrer Unterschrift bestätigen Sie, dass Sie die obigen Klausurbedingungen gelesen haben, und dass alle 8 Aufgaben in gut leserlichem Druck vorliegen.

____

(Unterschrift)

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Bon.	Σ
Max	12	12	8	8	18	8	10	8	4	84+4

Note:

Aufgabe 1 (12 Punkte, davon bis zu 4 Enthaltungspunkte)

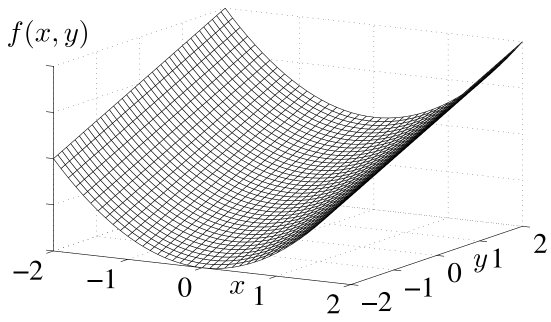
Welche Funktion erzeugt das nebenstehende „Funktionsgebirge“?

Kreuzen Sie jeweils die richtige Antwortmöglichkeit (3 Punkte) oder „Enthaltung“ (1 Punkt) an.

Sie brauchen Ihre Antwort nicht zu begründen.

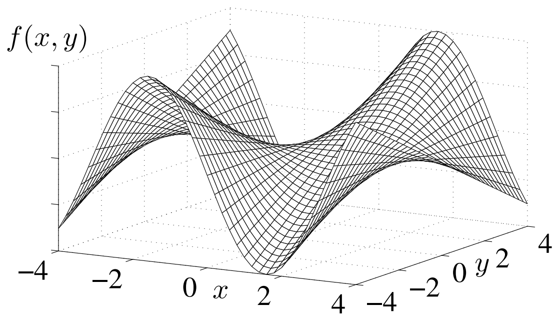
a)

$f(x,y) = x^2 + y$	
$f(x,y) = x^2 \cdot y$	
$f(x,y) = x + y^2$	
$f(x,y) = x \cdot y^2$	
Enthaltung	



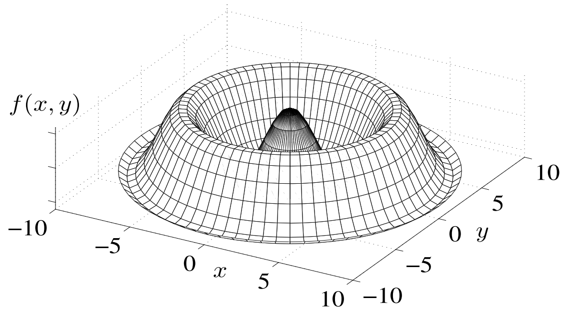
b)

$f(x,y) = \sin(x) + y$	
$f(x,y) = \sin(x) \cdot y$	
$f(x,y) = x + \sin(y)$	
$f(x,y) = x \cdot \sin y$	
Enthaltung	



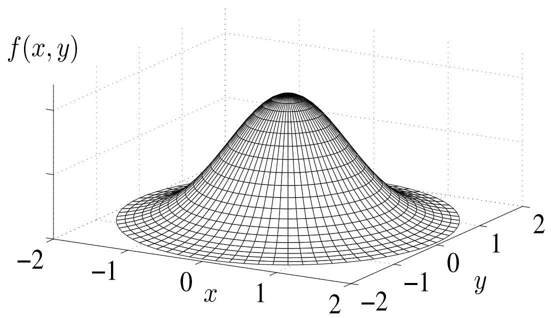
c)

$f(x,y) = \cos(x+y)$	
$f(x,y) = \cos(xy)$	
$f(x,y) = \cos\sqrt{x^2+y^2}$	
$f(x,y) = \sqrt{\cos^2 x + \cos^2 y}$	
Enthaltung	



d)

$f(x,y) = \sqrt{\mathrm{e}^{-x^2} + \mathrm{e}^{-y^2}}$	
$f(x,y) = \mathrm{e}^{-(x+y)}$	
$f(x,y) = \mathrm{e}^{-xy}$	
$f(x,y) = \mathrm{e}^{-x^2} \cdot \mathrm{e}^{-y^2}$	
Enthaltung	



Aufgabe 2 $(3 + 3 + 3 + 3 = 12$ Punkte$)$

Betrachtet wird das Gradientenverfahrens zur *Minimierung* der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x, y) \;=\; 3x^2 + 3y^2.$$

a) Führen Sie ausgehend von dem Startpunkt $(3, 5)$ einen Schritt des Gradientenverfahrens zur Schrittweite 0.1 aus.

b) Zu welchem Punkt (x_1, y_1) führt ein Schritt des Gradientenverfahrens ausgehend von dem (allgemein gegebenen) Punkt (x_0, y_0) bei einer Schrittweite λ?

c) Zu welchem Punkt (x_2, y_2) (in Abhängigkeit von (x_0, y_0) und λ) führt ein weiterer Schritt des Gradientenverfahrens mit gleicher Schrittweite λ?

d) Die Antworten auf die folgenden beiden Fragen brauchen Sie nicht begründen.

   d1) Welchen Punkt (x_n, y_n) erhält man nach n Schritten des Gradientenverfahrens ausgehend von dem (allgemein gegebenen) Punkt (x_0, y_0) bei fester Schrittweite λ?

   d2) Für welche Werte von λ konvergiert das Gradientenverfahrens bei fester Schrittweite λ gegen die Minimalstelle $(0, 0)$?

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Berechnen Sie in Abhängigkeit vom Parameter $c > 0$

$$\int_{[0,1]\times[0,2]} \frac{y}{(c+xy)^2} \, \mathrm{d}(x,y).$$

Aufgabe 4 $(2 + 2 + 4 = 8$ Punkte$)$

Sei

$$\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, \quad \varphi(x, y, z) \;=\; xy \cdot \mathrm{e}^{yz}$$

und

$$\vec{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad \vec{F}(x, y, z) \;=\; \operatorname{grad} \varphi(x, y, z).$$

a) Bestimmen Sie $\vec{F}(x, y, z)$.

b) Welchen Wert hat $\operatorname{rot} \vec{F}(x, y, z)$?

c) Welchen Wert hat das Wegintegral $\int \vec{F} \, \mathrm{d}\vec{r}$ zum Weg

$$\vec{r} : [0, 1] \to \mathbb{R}^3, \quad \vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ 2 \\ t^2 \end{pmatrix}?$$

Tipp zu b) und c): Überlegen Sie, wie Sie das Ergebnis mit möglichst wenig Rechnerei bekommen können!

Aufgabe 5 ($8 + 10 = 18$ Punkte)

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'' - 4y' + 3y \; = \; 0, \qquad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

a) mit Hilfe des charakteristischen Polynoms und einer geeigneten Linearkombination,

b) mit Hilfe der Laplace-Transformation.

Aufgabe 6 $(4 + 4 = 8$ Punkte)

Sei F die Fouriertransformierte zur Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Begründen Sie:

a) Der Realteil von F ist stets eine gerade Funktion.

b) Wenn f gerade ist, so ist F rein reell.

Aufgabe 7 ($4 + 6 = 10$ Punkte)

Ein Zufallsexperiment X hat als Ergebnis die Werte 1, 3 oder 5 mit den Wahrscheinlichkeiten

$$P(X = 1) \;=\; 0.3, \qquad P(X = 3) \;=\; 0.1, \qquad P(X = 5) \;=\; 0.6.$$

a) Wie groß sind Erwartungswert und Standardabweichung von X?

b) Es werden so lange Zufallsexperimente durchgeführt, bis zum ersten Mal 1 als Ergebnis kommt. Wie wahrscheinlich ist, dass dazu höchstens drei Versuche nötig sind?

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Mit $P_{\mu,\sigma}(\,]a,b[\,)$ wird die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, dass eine Normalverteilung mit Mittelwert μ und Standardabweichung σ einen Wert im Intervall $]a,b[$ annimmt.

Geben Sie in der folgenden Tabelle den jeweils fehlenden Wert so an, dass $P_{\mu,\sigma}(\,]a,b[\,)$ gleich der links dargestellten Wahrscheinlichkeit ist.

	μ	σ	a	b
$P_{3,2}(\,]3,7[\,)$	0	1	0	
$P_{0,1}(\,]-1,2[\,)$	3	2		7
$P_{-1,2}(\,]-1,3[\,)$	0		0	6
$P_{0,1}(\,]2,\infty[\,)$		2	$-\infty$	2